

I. Vocabulaires et définitions

• On a demandé aux élèves d'une classe de 1^{er} comment ils utilisent Internet pour effectuer des recherches dans le cadre de leurs études. Le tableau suivant présente les effectifs.

Usages d'Internet	Nombre des élèves
Plusieurs fois par jour	4
Environ une fois par jour	9
2 à 5 fois par semaine	6
Environ une fois par semaine	4
Une à trois fois par mois	3
Moins souvent	1
TOTAL	27

Population étudiée :

Caractère étudié :

Valeurs du caractère : Plusieurs fois par jour,
Environ une fois par jour, 2 à 5 fois par semaine,

Effectif total :

La statistique étudie certaines caractéristiques : **caractères ou variables** d'un ensemble fini appelé **population**. Les éléments de cette population étudiée sont appelés **individus**.

Un caractère peut être :

Qualitatif, il n'est pas par un nombre. On parle de **modalité** du caractère

- **Quantitatif**, lorsqu'il est

Dans ce dernier cas

On distinguera par la suite les séries statistiques **discrètes** et les séries statistiques **continues** :

- Quand les valeurs d'un caractère ne peuvent prendre que des valeurs bien "isolées" les unes des autres la série est dite
- Au contraire, elle est si les valeurs peuvent prendre a priori n'importe quelle valeur dans tout un intervalle I de $\mathbb{R}$

Exemple La couleur des cheveux des élèves d'un lycée est un caractère qualitatif de la population, tandis que leur âge est un caractère quantitatif

Dans la suite, on ne s'intéressera qu'aux caractères statistiques quantitatifs

II. Séries statistiques quantitatif discrètes**Activité**

On a pesé 12 téléphones portables et obtenu les poids suivants (en g) :

95 ; 105 ; 100 ; 90 ; 95 ; 105 ; 95 ; 105 ; 100 ; 95 ; 100 ; 100 ; 97 ; 98 ; 98 .

Ces données, c'est-à-dire les douze masses, constitue une **série statistique**.

1°/ Compléter le vide

La **population** est l'ensemble des

Le **caractère étudié** est des téléphones portables.

Les **valeurs du caractère** sont les obtenues : 90 , 95 , 97, 98, 100 105.

Les **valeurs extrêmes** sont la plus et la plus des masses relevées : 90 et 105.

L'effectif total de la série est le nombre de masses relevées : 15

L'effectif d'une valeur du caractère

est le nombre de téléphones portables

dont la masse est égale à cette valeur.

Par exemple, l'effectif de la valeur 95 est 4..

La fréquence d'une valeur est le quotient

de son par l'effectif

Par exemple la fréquence de la valeur 105 est $\frac{3}{15}$.

La fréquence peut être écrite en pourcentage,

en écriture décimale ou en fraction.

L'étendue est laentre la valeur

la plus haute et la plus basse $105-90 = 15$.

2°/

Valeurs	90	95	97	98	100	105	Total
Effectifs	1						15
Fréquences	1/15						15/15=1

Définition :

L'effectif (n_i) de la valeur d'un caractère (x_i) est le nombre d'individus ayant cette valeur de caractère ;

La fréquence (f_i) d'une valeur d'un caractère (x_i) est la proportion d'individus ayant cette valeur de caractère : $f_i = \frac{n_i}{N}$

b) Quelle est la valeur de caractère (ou modalité)

qui possède l'effectif le plus élevé.

.....

.....

Définition

On appelle mode d'une série statistique, toute modalité dont l'effectif est maximal ou encore la modalité qui a le plus grand effectif.

Remarque

Une série statistique peut avoir deux modes ou plus.

c) Calculons la moyenne de la série des masses.

.....

.....

Pour calculer la **moyenne M d'une série statistique :**

on additionne les produits des effectifs par les valeurs du caractère associées ; on divise la somme obtenue par l'effectif total de la série.

Si $n_1, n_2, \dots, n_p$ sont les effectifs du caractère, $x_1, x_2, \dots, x_p$ les valeurs associées et N

.M=.....

3°/a) Quel est le nombre de téléphone qui ont une masse inférieur ou égal à 100?

Quel est le nombre de téléphone qui ont une masse supérieur ou égal à 95 ?

Pour répondre à la 1ère question, il suffit d'additionner les effectifs des cinq premières valeurs : on obtient

Ce résultat est appelé effectif à 100.

Pour répondre à la 2^{ème} question, on additionne les 5 dernières valeurs : on obtient
Ce résultat est appelé effectif à 95

Définition

Soit une série statistique à caractère quantitatif.

- On appelle **effectif cumulé croissant** d'une modalité n , la somme des effectifs de chaque modalité inférieure ou égale à n .
- On appelle **fréquence cumulée croissante** d'une modalité n , le quotient de l'effectif cumulé croissant de la modalité n par l'effectif total.

On la définit aussi comme étant la somme des fréquences de toutes les modalités inférieures ou égales à cette modalité.

b) Compléter le tableau ci-dessous

Valeurs	90	95	97	98	100	105	Total
Effectifs	1						15
Fréquences	1/15						15/15=1
effectif cumulé croissant							
fréquence cumulée croissante							

4°/ Calculer la Médiane de cette série statistique

Définition :

Soit une série statistique ordonnée dont les N valeurs sont $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_N$ (où les x_i ne sont pas forcément distincts les uns des autres...).

Grossièrement, la médiane est un nombre M qui permet de diviser cette série en deux sous-groupes de même effectif; plus précisément, cela dépend de la parité de N :

- ♦ Si N est impair
alors M est la valeur de cette série qui est située "au milieu", à savoir la valeur dont le rang est $\frac{N+1}{2}$, notée $x_{\frac{N+1}{2}}$.
- ♦ Si N est pair
alors M est le centre de ce que l'on appelle l'intervalle médian, qui est l'intervalle formé par les deux nombres situés "au milieu" de la série, à savoir $\left[x_{\frac{N}{2}} ; x_{\frac{N}{2}+1} \right]$.

III.Séries statistiques associées à un caractère continu

Activité

Un professeur d'éducation physique et sportive mesure et relève la taille en mètres de chacun de ses 50 élèves de deux classe de 1^{er}

Il obtient les résultats suivants :

1,54	1,53	1,57	1,59	1,54	1,55	1,60	1,63	1,59	1,67	1,61	1,63	1,67
1,69	1,68	1,69	1,70	1,64	1,67	1,65	1,54	1,72	1,73	1,64	1,74	1,78
1,55	1,76	1,75	1,79	1,66	1,77	1,67	1,69	1,59	1,76	1,69	1,79	
1,59	1,74	1,78	1,73	1,68	1,65	1,71	1,76	1,78	1,65	1,57	1,58	

Son collègue de mathématiques, décide de former 6 groupes d'étude en fonction de ces résultats sous forme d'intervalles de même amplitude dont le premier est $[1,50 ; 1,55[$.

Remarque Ces différents intervalles sont appelés des

1°/ Compléter le tableau ci-dessous

Classes	$[1,50 ; 1,55[$	$[1,55 ; 1,60[$	$[1,60 ; 1,65[$	$[1,65 ; 1,70[$	$[1,70 ; 1,75[$	$[1,75 ; 1,80[$
Le centre de chaque classe						
Effectifs						
Fréquences						
effectif cumulé croissant						
Fréquence cumulée croissante						

On appelle classe modale d'une série statistique, toute classe dont l'effectif est maximal ou toute classe qui a le plus grand effectif

- La classe modale de cette série statistique est $[..... ;[$ car c'est la classe qui a le plus grand effectif.

La moyenne d'une série regroupée en classes

Définition

La moyenne d'une série statistique regroupée en classes est égale à la somme des produits du centre de chaque intervalle par son effectif , divisée par l'effectif total

- Calculer La taille moyenne des élèves de cette classe

.....
.....

IV. Représentation graphique d'une série statistique

Il existe différents types de représentations graphiques d'une série statistique. Le choix d'une représentation dépend du type de série et du message que l'on veut faire passer...

1. Représentation graphique des séries statistiques discret.

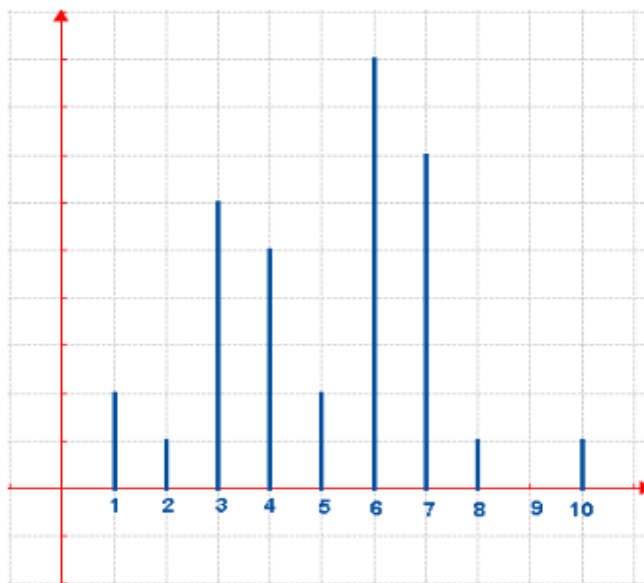
Diagramme en bâtons

Lorsque le caractère étudié est **quantitatif et discret**, on peut représenter la série statistique étudiée par un **diagramme en bâtons** : la hauteur de chaque bâton est alors proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associé à chaque valeur.

Exemple, Dans une classe, les notes obtenues à un devoir sont

Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	2	1	6	5	2	9	7	1	0	1

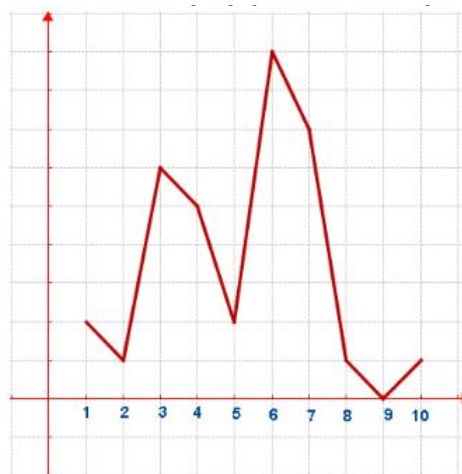
Le diagramme à bâtons correspondant est :



- On remplace parfois l'effectif par la fréquence, ce qui donne bien sûr le même aspect au diagramme.

Polygone des fréquences ou des effectifs

Le **polygone des effectifs** (ou des fréquences) est obtenu en reliant les extrémités des bâtons d'effectifs ainsi pour l'exemple précédent :

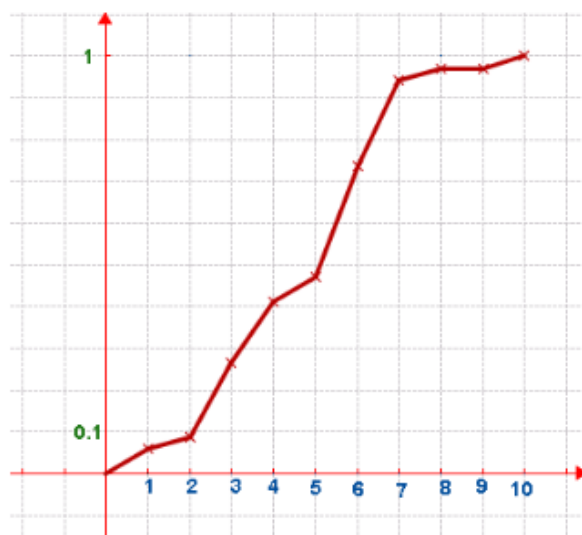


Polygone des fréquences cumulées croissantes

On suppose que les caractères $x_1, \dots, x_p$ sont rangés en ordre croissant. On note g_k la fréquence cumulée du caractère x_k , c'est-à-dire $g_k = f_1 + \dots + f_k$ où $f_i = n_i/N$ est la fréquence du caractère x_i . La **courbe des fréquences cumulées** est celle obtenue en joignant les points (x_i, g_i) . Pour l'exemple précédent, on a le tableau :

Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	2	1	6	5	2	9	7	1	0	1
Fréquence	0,059	0,029	0,176	0,147	0,059	0,264	0,206	0,029	0	0,029
Fréquence cumulée	0,059	0,088	0,264	0,411	0,47	0,734	0,941	0,971	0,971	1

On obtient donc le graphique suivant :



2. Représentation graphique des séries statistiques continu.

Histogramme

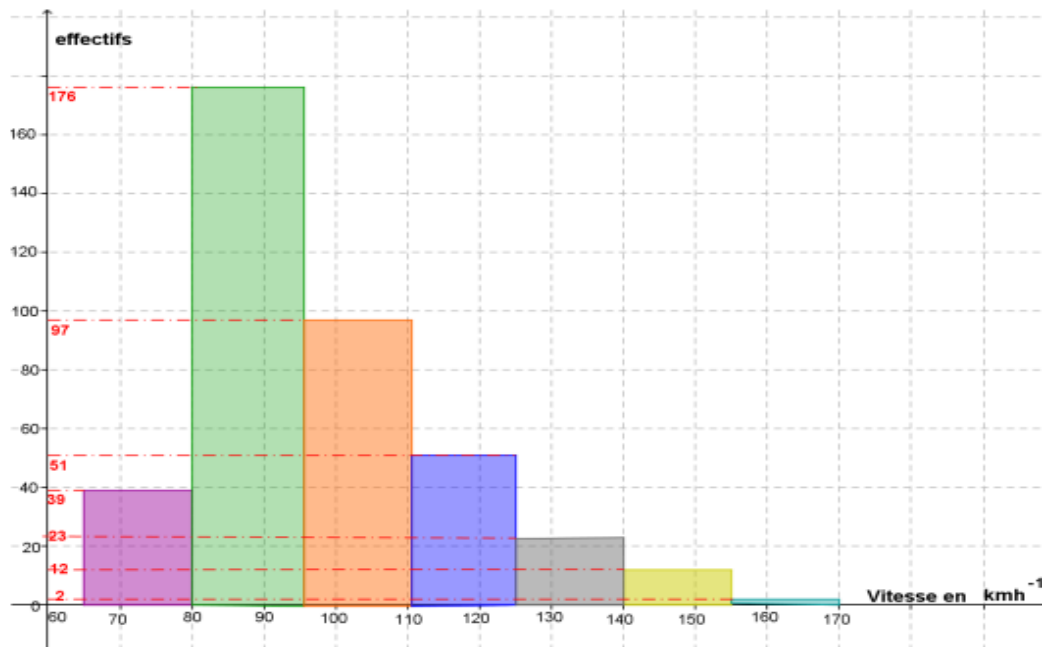
Lorsque le caractère étudié est **quantitatif et continu**, et lorsque les modalités sont regroupées en classes,

on peut représenter la série par un **histogramme** : l'aire de chaque rectangle est alors proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence) associée à chaque classe. Lorsque les classes ont la même **amplitude**, c'est la hauteur de chaque rectangle qui est proportionnelle à l'effectif.

Exemple :

On étudie la vitesse de 400 véhicules enregistrée par un radar lors d'un contrôle routier.

Classes : Vitesse en km h ⁻¹	[65 ; 80[	[80 ; 95[	[95;110[	[110;125[	[125;140[	[140; 155[	[155 ;170[
Effectifs	39	176	97	51	23	12	2



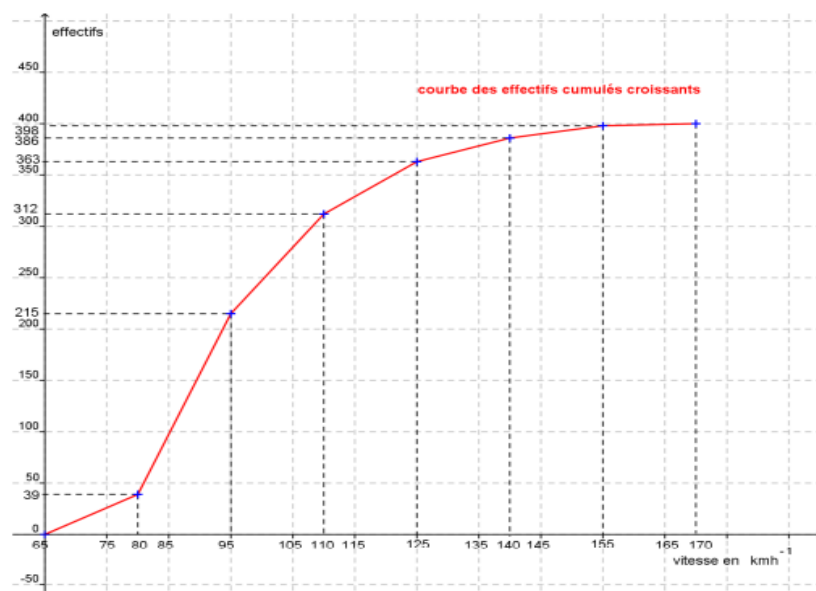
Polygone des effectifs cumulés croissants

Pour représenter la courbe des effectifs cumulés croissants d'une série statistique donnée par des classes : On complète le tableau en calculant les effectifs cumulés croissants. On trace chaque point dont l'abscisse est la valeur supérieure de la classe et l'ordonnée l'effectif cumulé croissant qui lui correspond. On trace ensuite les segments qui relient chacun de ces points

Exemple:

Cas où les données sont regroupées en classe : Reprenons l'exemple précédent où l'on étudie la vitesse de 400 véhicules enregistrée par un radar lors d'un contrôle routier

Classes : Vitesse en km h ⁻¹	[65 ; 80[	[80 ; 95[	[95;110[	[110;125[	[125;140[	[140; 155[	[155 ;170[
Effectifs	39	176	97	51	23	12	2
ECC	39	215	312	363	386	398	400

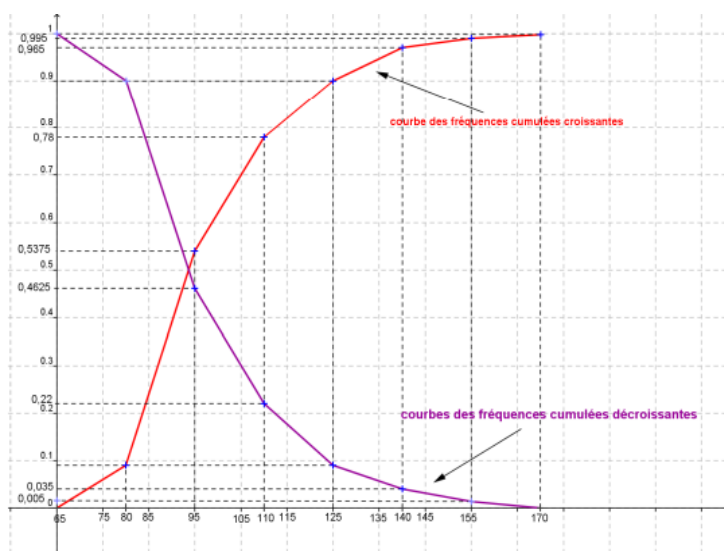


Polygone des fréquences cumulées croissantes

Reprenons le tableau de la série statistique étudiant la vitesse des véhicules précédent

Classes	[65 ; 80[	[80 ; 95[	[95 ;110[	[110;125[	[125;140[	[140; 155[	[155 ;170[
Fréquences	0,0975	0,44	0,2425	0,1275	0,0575	0,03	0,005
FCC	0,0975	0,5375	0,78	0,9075	0,965	0,995	1
FCD	1	0,9025	0,4625	0,22	0,0925	0,035	0,005

Faisons un graphique des fréquences cumulées croissantes et décroissantes (Le principe est exactement le même que pour les effectifs cumulés croissants ou décroissants)



3. Détermination de la médiane d'une série statistique à partir d'une représentation graphique

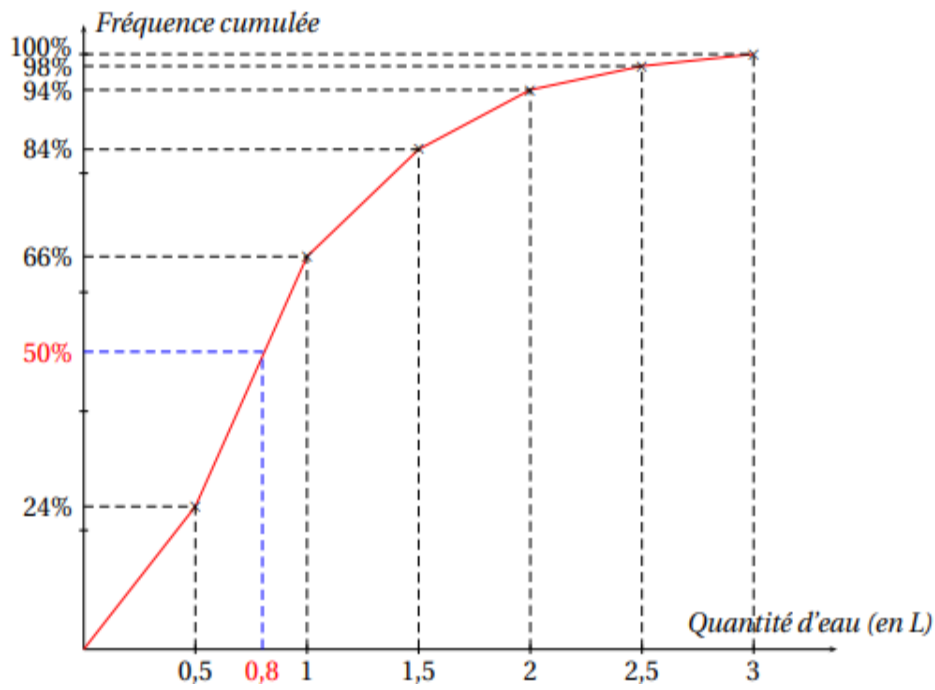
Une valeur approchée de la médiane peut être obtenue à l'aide de la courbe polygonale des effectifs cumulés croissants (ECC) ou des fréquences cumulées croissantes (FCC) en lisant la valeur correspondant à la moitié de l'effectif total (ou à une fréquence cumulée égale à 50%) :

Exemple

"Quelle quantité d'eau buvez-vous par jour ?", les cinquante personnes interrogées ont donné des réponses qui ont permis de compléter le tableau suivant :

Quantité d'eau (en L)	[0;0,5[	[0,5;1[	[1;1,5[	[1,5;2[	[2;2,5[	[2,5;3[
Fréquences %	24	42	18	10	4	2
Fréq cumulées croissantes %	24	66	84	94	98	100

La courbe polygonale des effectifs (ou fréquences) cumulés est obtenue en joignant par des segments les points dont l'abscisse est une valeur de la série (ou l'extrémité d'une classe) et dont l'ordonnée est l'effectif (ou la fréquence) cumulé correspondant à cette valeur :



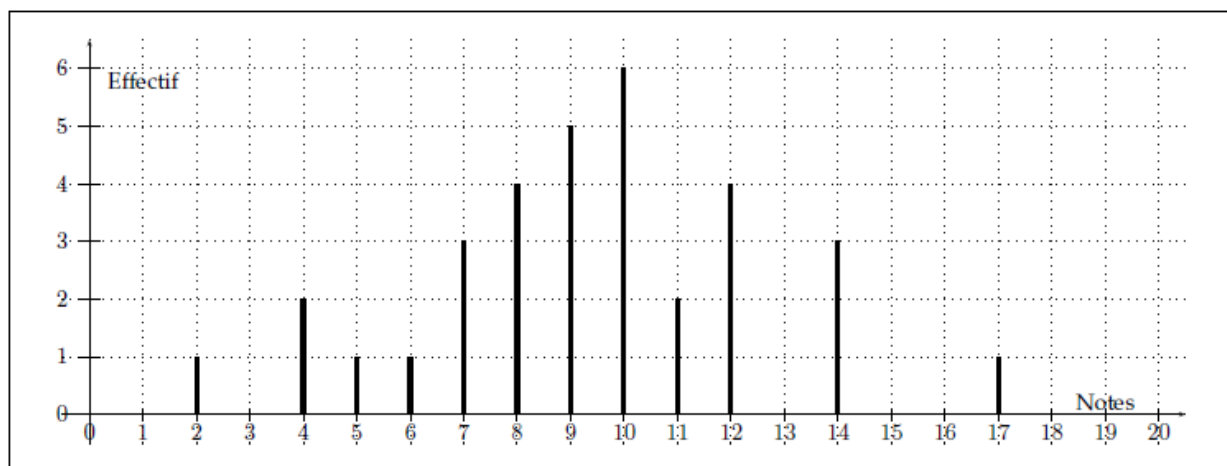
La médiane M est environ égale à 0,8 L ; en effet, la moitié des personnes interrogées consomme moins de 0,8 L par jour (ou, ce qui revient au même, la moitié des personnes interrogées consomme plus de 0,8 L par jour).

Fin de cours

Exercice 1

- voici le diagramme en bâtons représentant la série des notes obtenues par une classe à un contrôle

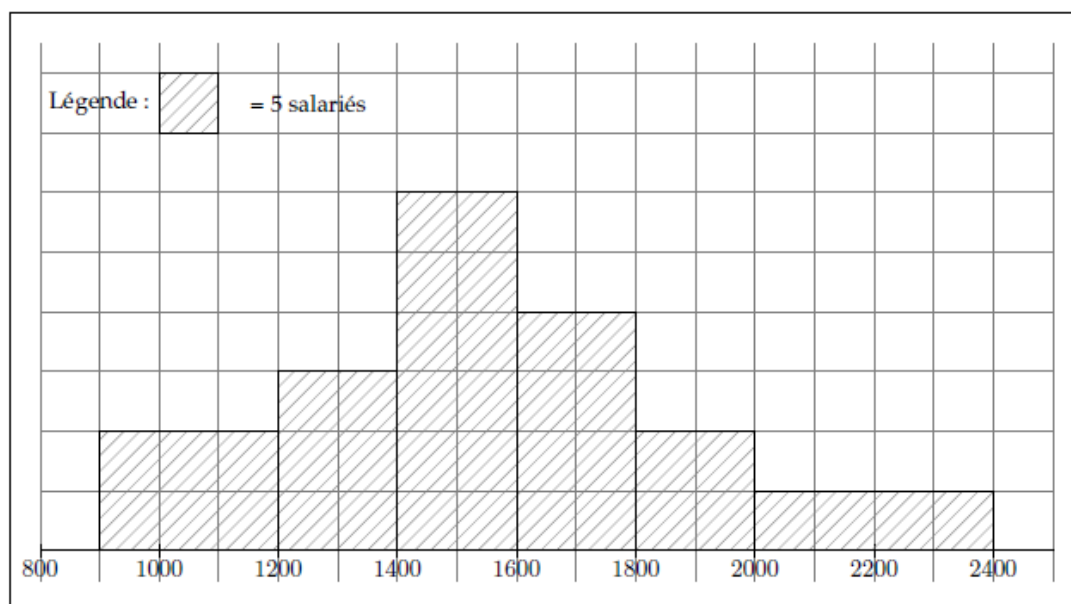
Compléter alors le tableau ci dessous



Notes	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif													
Fréquence													

- voici un histogramme représentant la répartition des salaires dans une entreprise :

Compléter alors le tableau ci dessous



Salaires	[900 ; 1200]	[1200 ; 1400]	[1400 ; 1600]	[1600 ; 1800]	[1800 ; 2000]	[2000 ; 2400]	Total
Effectif							
Fréquence							

Exercice 2

Voici un tableau qui résume le nombre d'heures passées devant le poste téléviseur par 28 enfants.

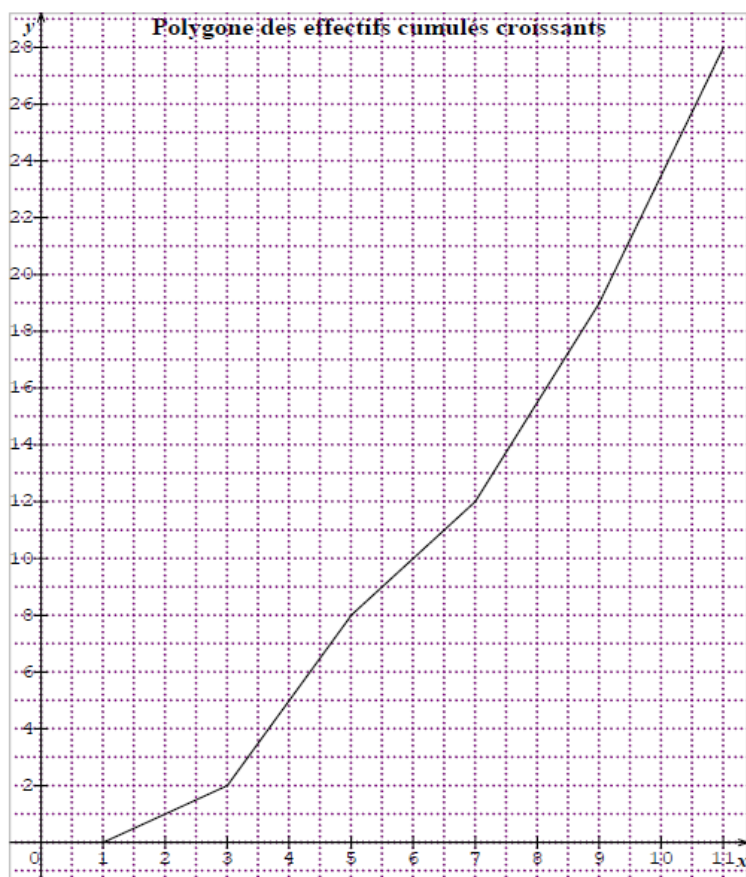
Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28

Déterminons les effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

On obtient :

Nombre d'heures	[1 ; 3[	[3 ; 5[	[5 ; 7[	[7 ; 9[	[9 ; 11[	Total
Effectifs	2	6	4	7	9	28
Effectifs cumulés croissants	2	8	12	19	28	

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, on place les points de coordonnées (1;0) ; (3;2) ; (5;8) ; (7;12) ; (9 ; 19) ; (11 ; 28) puis on les relie par des segments



La courbe construite s'appelle le polygone des effectifs cumulés croissants.

Exercice 3

Dans le souci d'améliorer leurs prestations, les créateurs d'un site réalisent une enquête de satisfaction auprès des internautes clients. Ils estiment qu'une enquête est jugée satisfaisante si au moins 55% des internautes ont donné une note supérieure ou égale à la

note médiane. Ils demandent alors d'attribuer une note sur 20 au site. Le tableau suivant donne les notes de 50 internautes.

Le responsable du site sollicite son fils en classe de 1^{er} pour l'aider à se prononcer sur les résultats de l'enquête.

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8

- 1.a) Dresse le tableau des effectifs cumulés croissants.
- b) Justifie que la note médiane de cette série est 14.
2. Dresse le tableau des fréquences cumulées croissantes.
3. L'enquête est-elle jugée satisfaisante ? Justifie ta réponse

Corrigé

1. a) Tableau des effectifs cumulés croissants.

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8
Effectifs cumulés croissants	1	6	13	21	33	42	50

- b) $N/2=25$.

25 est compris entre les effectifs cumulés croissants 21 et 33.

Donc, la note médiane est 14.

2. Tableau des fréquences cumulées croissantes

Note	6	8	10	12	14	15	17
Effectif	1	5	7	8	12	9	8
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{1}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{33}{50}$	$\frac{42}{50}$	$\frac{50}{50}$

3. D'après le tableau ci-dessus, 21/50 des internautes ont attribué une note inférieure ou égale à 12. Donc, 29/50 soit 58% des internautes ont donné une note supérieure ou égale à 14.
Par conséquent, l'enquête est jugée satisfaisante.