Chapitre 1 Les pourcentages

Sommaire

I / Valeur approchée – Arrondi

Activité 1 page 9

La distance moyenne Terre-Soleil est d'environ cent cinquante millions de kilomètres.

Ecrire ce nombre en notation scientifique.

Rappel

Toute écriture de la forme $a \times 10^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$ et a est un décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule s'appelle notation scientifique

Exemples

$356{,}9 = 3{,}569 \cdot 10^2$

$0{,}0012 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$

$9813{,}12 = 9{,}81312 \cdot 10^3$

Correction

La distance moyenne Terre-Soleil est d'environ = 150 000 000 km

$= 1{,}5 \cdot 10^8$

Activité 2 page 9

lorsqu'on tape la calculatrice affiche :

$$\sqrt{7} = 2{,}645751311$$

1 a) Donner un encadrement de d'amplitude 10^{-1}

$$2{,}6 \leq \sqrt{7} \leq 2{,}7$$

b) Donner un encadrement de d'amplitude 10^{-2}

$$2{,}64 \leq \sqrt{7} \leq 2{,}65$$

c) Quel est le nombre décimal à un chiffre après la virgule et le plus proche de $\sqrt{7}$?

Est 2,6

2 a) Donner un encadrement de d'amplitude 10^{-3}

$$2{,}645 \leq \sqrt{7} \leq 2{,}646$$

b) Déterminer le nombre décimal, à deux chiffres après la virgule, le plusproche de $\sqrt{7}$

est 2,65

3 Quel est le nombre décimal, à trois chiffres après la virgule,le plusproche de $\sqrt{7}$

est 2,646

Conclusion :

Un encadrement d'un nombre x est la donnée de deux réels a et b tel que a ≤ x ≤ b.

Le réel positif (b - a) s'appelle l'amplitude de l'encadrement

Exemples

Déterminer l'amplitude de chaque encadrement

- Soit x un réel tel que $2{,}4 \leq x \leq 2{,}6$

L'amplitude de l'encadrement est (2,6- 2,4 = 0,2)

- Soit y un réel tel que $-2 \leq y \leq 3{,}5$

L'amplitude de l'encadrement est (3,5 –(-2) = 3,5 +2 = 5,5)

- Soit z un réel tel que $-2{,}65 \leq z \leq 3$

L'amplitude de l'encadrement est (3 - 2,65 = 0,35)

Soit a un réel tel que $\frac{2}{3} \leq a \leq 3$

L'amplitude de l'encadrement est ($3 - \frac{2}{3} = \frac{9}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$)

Théorème

Pour trouver l'arrondi d'un nombre à un rang donné

On conserve les chiffres de l'écriture décimale de ce nombre jusqu'au rang indiqué :

- Si le chiffre d'après est inférieur ou égal à 4 alors l'arrondi est le nombre obtenu.

- Si non, on ajoute 1 au dernier chiffre conservé

Exemples

$\sqrt{7}$ = 2,6457513111

L'arrondi de $\sqrt{7}$ a 10^{-1} prés est 2,6

L'arrondi de $\sqrt{7}$ a 10^{-2} prés est 2,65

L'arrondi de $\sqrt{7}$ a 10^{-3} prés est 2,646

L'arrondi de $\sqrt{7}$ a 10^{-4} prés est 2,6458

L'arrondi de $\sqrt{7}$ a 10^{-5} prés est 2,64575

L'arrondi de $\sqrt{7}$ a 10^{-6} prés est 2,645751

Application (Activité 3 page 10)

1 Donner l'arrondi à 10^{-2} près de chacun des nombres suivants : $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{11}$, $\sqrt{2}$

2 Déterminer :

a) Les arrondis de $\frac{23}{11}$ à 10^{-1}, à 10^{-2} et à 10^{-4} près.

b) L'arrondi de $(3,25)^{12}$ à 10^{3} près

Correction

1) lorsqu'on tape la calculatrice affiche :

$\frac{2}{3} = 0,6666666667$

$\frac{2}{11} = 0,1818181818$

$\sqrt{2} = 1,4142135624$

l'arrondi à 10^{-2} près de $\frac{2}{3} = 0,67$

l'arrondi à 10^{-2} près de $\frac{2}{11} = 0,18$

l'arrondi à 10^{-2} près de $\sqrt{2} = 1,41$

2) a/ $\frac{23}{11}$ = 2,0909090909

a) L’arrondi de $\frac{23}{11}$ à 10^{-1} prés = 2,1

l’arrondi de $\frac{23}{11}$ à 10^{-2} prés =2,09

l’arrondi de $\frac{23}{11}$ à 10^{-4} près = 2,0909

b/ $(3,25)^{12}$ = 1388674,0876722

L'arrondi de $(3,25)^{12}$ à 10^{3} près = 1390000

Application

Déterminer l’arrondi de $(3,5)^{7}$ à 10^{-1}, à 10^{-2}

$(3,5)^{7}$ = 6433,9296875

L’arrondi de $(3,5)^{7}$ a 10^{-1} prés = 6433,9

L’arrondi de $(3,5)^{7}$ a 10^{-2} prés =6433,93

II/ Pourcentage

Théorème

Pourcentage (%) = $\frac{valeur\ \ partielle\ \ \times 100}{valeur\ \ totale}$

Exemple

Dans notre classe on a 15 garçons et 12 filles

Le pourcentage des garçons = $\frac{nombre \quad des \text{ garçons } \times 100}{nombre \quad des \ eleves}$

$$= \frac{15 \times 100}{27} = 55{,}56$$

Le pourcentage des filles = $\frac{nombre \quad des \ filles \ \times 100}{nombres \quad des \ eleves}$

$$= \frac{12 \times 100}{27} = 44{,}44 \ \%$$

Activité

Le premier jour de la rentrée scolaire2003/2004, les médias ont publié l'information suivante : « 1 520 000 élèves et étudiants fréquentent aujourd'hui les établissements scolaires et universitaires. Ainsi, le taux de scolarisation en Tunisie est un peu plus que 15% ». Cela fait comprendre que 15 parmi 100 habitants tunisiens sont scolarisés.

Le tableau ci-contre résume la composition de la population tunisienne scolarisée en 1994/1995 et 2003/2004 :

Année scolaire	1994/1995	2003/2004
Nombres d'élèves	1481759	1228347

Nombres d'étudiants	102682	291842
Population tunisienne	8815000	9910872

1/ Calculer le taux de scolarisation, arrondi à l'unité, pour l'année scolaire 1994/1995.

Théorème

Le taux de scolarisation est le pourcentage de la population scolarisée par rapport à la population totale.

c-a-d

Le taux de scolarisation = $\frac{la\ population\ \ scolarisee\ \ \times 100}{la\ population\ \ totale}$

$$= \frac{(1481759\ + 102\ 682)\times 100}{8815000} = \frac{1\ 584\ 441\times 100}{8\ 815\ 000}$$

= 17,97

L'arrondi a l'unité du taux de scolarisation = 18%

2 / Déterminer pour chacune des années scolaires 1994/1995 et 2003/2004 le pourcentage, arrondi au dixième,

des étudiants puis des élèves par rapport au nombre total de la population scolarisée.

Mettre dans un même tableau les résultats trouvés .

Pour l'année scolaire 1994/1995

Pourcentage des élèves $= \dfrac{nombre \;\; des \; eleves \; \times 100}{la \; population \;\; totale}$

$= \dfrac{1\;481\;759 \times 100}{8\;815\;000}$

= 16,809 %

L'arrondi a 10^{-1} du Pourcentage des élèves = 16,8 %

Pourcentage des étudiants = $\dfrac{nombre \;\; des \; etudiants \;\; \times 100}{la \; population \;\; totale}$

$= \dfrac{102\;682 \;\; \times 100}{8\;815\;000}$

= 1,164 %

L'arrondi a 10^{-1} du Pourcentage des étudiants = 1,2 %

Pour l'année scolaire 2003/2004

Pourcentage des élèves $= \dfrac{nombre \;\; des \; eleves \; \times 100}{la \; population \;\; totale}$

$= \dfrac{1228347 \;\; \times 100}{9910872}$

= 12,39 %

L'arrondi a 10^{-1} du Pourcentage des élèves = 12,4 %

Pourcentage des étudiants = $\frac{nombre \ \ des \ etudiants \ \ \times 100}{la \ population \ \ totale}$

$= \frac{291842 \times 100}{9910872}$

= 2,91 %

L'arrondi a 10^{-1} du Pourcentage des étudiants = 2,9 %

Année scolaire	1994/1995	2003/2004
Pourcentage des élèves	16,8	12,93
Pourcentage des étudiants	1,2	2,91
Taux de scolarisation	18	15,4

Application(Exercice 1 page 10)

Calculer le pourcentage, arrondi au dixième, de 150 par rapport à 261

Est $\frac{150 \times 100}{261}$ = 57,47 %

arrondi au dixième de pourcentage = 57,5 %

Théorème

Si une grandeur x vaut t % d'une grandeur y

Alors $x = \dfrac{t\ .\ y}{100}$ et $t = \dfrac{x\ .\ 100}{y}$

Exemple

Dans notre classe on a 32eleves . dont 60% des filles

Déterminer x le nombre des filles

. x vaut 60% du 32

. $x = \dfrac{60\ .\ 30}{100}$ = 18 filles

Exemple 2 (Act 3 page 11)

B/. Sur la vitrine d'une boutique, on lit l'affiche suivante :

« Solde jusqu'à 50% ».

Le prix de l'un des articles est 42,500 DT, il a baissé de 6,800 DT.

- Quel est le pourcentage du solde correspondant ?

Soit t% le pourcentage du solde

.$t = \dfrac{x\ .100}{y} = \dfrac{6{,}800\ .\ 100}{42{,}500}$ = 16 DT

Application 1:

On interroge 2000 personnes sur la préférence de leurs fruits :

900 préfèrent les pommes, 480 préfèrent les oranges et les autres les pêches.

Traduire en pourcentages les résultats de l'enquête

Le pourcentage des personnes préfèrent les pommes :

$$= \frac{900\ .100}{2000} = 45\ \%$$

Le pourcentage des personnes préfèrent les oranges :

$$\frac{480\ .100}{2000} = 24\ \%$$

Le pourcentages des personnes préfèrent les pèches :

100 – (45 + 24) = 31%

Application 2 :

En fin de saison, il y a des soldes de 20% sur les prix marqués, dans un magasin.

1. Le prix marqué est de 285 dinars. Quel prix vous allez payer?

2. Si le prix payé par votre ami est de 230 dinars, quel était le prix marqué ?

Correction

1/ Le prix payer = Le prix marques – la valeur du solde

La valeur du solde $= \frac{20\ .\ \ 285}{100}$ = 57 DT

Donc La valeur du solde = 285 – 57 = 228 DT

2/ Le prix payer = (100- 20) % du prix marques

= 80% du prix marques

$= \frac{80}{100}$. prix marques

Alors prix marques $= \frac{100}{80}$. prix payer

$= \frac{100}{80}$. 230

= 287,5 DT

III. Pourcentages d'évolution et coefficient multiplicateur

2/ Pourcentage de diminution

Plus généralement

Si on diminue une grandeur x de t % on obtient la grandeur Y

Tel que $y = (1 - \frac{t}{100})\ .x$

Activité 2 page 13

A./ Le prix d'un produit est 165 DT.

Quel est son prix après une remise de 15 % ?

B./ Le bénéfice réalisé par une société en 2003 est de 13 000 DT.

En 2004, ce bénéfice a diminué de 6 %.

Quel est le bénéfice réalisé en 2004 ?

C./ Après une réduction de 30 %, le prix d'un billet de train est 10,080 DT.

Quel était son prix avant la réduction ?

Correction

A. / La valeur de remise = $\frac{15\ .165}{100}$ = 24,75 DT

Le prix après le remise = 165 – 24,75 = 140,25 DT

Autrement

Soient X : le prix avant la remise = 165 DT

Y : le prix après la remise

Alors Y= $(1 - \frac{15}{100})$. X = (1 – 0,15). 165 = 140,25 DT

B./ soit $\begin{cases} \text{x le bénéfice en 2003} \\ \text{Et y le bénéfice en 2004} \end{cases}$

Y = $(1 - \frac{t}{100})$.x

$= (1- \frac{6}{100}).13000$

$= \frac{94}{100} . 13000 = 12\ 220$ DT

C/ réduction = remise

Soit X : le prix avant la réduction

Y : le prix apres la réduction

Alors

$Y = (1- \frac{t}{100}).x$ et $X = (\frac{100}{100-t}).Y$

C a d $X = (\frac{100}{100-30}).10,080 = 14,4$ DT

Théorème

Diminuer une grandeur de t % c'est la multiplier par $(1 - \frac{t}{100})$.

Le nombre $(1 - \frac{t}{100})$ est appelé coefficient multiplicateur associé à la diminution de t %.

Exemple

Donner les coefficient multiplicateur associe a la diminution

Pourcentage de démolition	15%	35%	7,5%	16%
coefficient multiplicateur	0 ,85	0,65	0,925	0,84

Application

Un magasin décide de faire une réduction a la caisse de 20%

Sur tous ses articles restants en stock.

1) le prix d'un article est de 120 DT .Quel est le prix payer a la caisse

Par le client

2) Un client paye un article 60 DT en caisse

Quel est le prix initial

Correction

1) Le coefficient multiplicateur de diminution de 20% est

$(1 - \frac{20}{100}) = 0{,}8$

Le prix a la caisse = (0,8) x le prix initial

= (0,8) x 120 = 96 DT

2) le prix initial = $\frac{1}{0{,}8}$. le prix a la caisse

= 75 DT

Généralement :

Prix après le remise = $\begin{pmatrix}\text{coefficient multiplicateur} \\ \text{de diminution}\end{pmatrix}$ x prix avant le remise

.

3)Pourcentage d'augmentation

Théorème

Augmenter une grandeur de t % c'est la multiplier par $(1+\frac{t}{100})$.

Le nombre $(1+\frac{t}{100})$ est appelé coefficient multiplicateur associé à l'augmentation de t %.

Exemple

Donner les coefficient multiplicateur associe a l'augmentation

pourcentage	5	12	35	40	52
coefficient multiplicateur	1,05	1,12	1,35	1,4	1,52

Application (activité 4 page 13)

A. Le salaire d'un ouvrier est 240 DT. Déterminer son nouveau salaire après une augmentation de 4 %.

le nouveau salaire = $(1+\frac{4}{100}).\,240$

= 249,6 DT

B. Le nombre de touristes entrés en Tunisie en 2002 est

5 063 500.

Déterminer le nombre de touristes entrés en 2003 sachant qu'il a augmenté de 1 %. (Source INS)

Le nombre des touristes en 2003 = $(1 + \frac{1}{100}) \times 5\,063\,500$

$= 5\,114\,135$

4)Pourcentages de variation

Retenons

Pour déterminer la valeur finale d'un grandeur qui a subit des variations (augmentation et /ou diminution) il suffit de la multiplier par le produit des coefficients multiplicateurs associes a ces variations

Exemples (1)

Un objet coute 500DT

Déterminer le prix de l'objet après 2 augmentations successives la premier de 10% et la 2eme de 15%

Soient : X le prix initial de l'objet

Y le prix de l'objet après les variations

Donc Y =(1+ $\frac{10}{100}$).(1+ $\frac{15}{100}$) . X

= (1,1).(1,15).500 = 632,5 DT

Exemple (2)

En 2000 la production tunisienne en pomme est 290milles tonnes

En 2001 la production a diminue de 6,5%

En 2002 la production a augmente de 8%

Déterminer la production tunisienne en pomme en 2002

Soient : X la production en 2000

Y la production en 2002

Donc Y = (1- $\frac{6,5}{100}$).(1+ $\frac{8}{100}$).X

= (0,935).(1,08).290 = 292,842 milles tonnes

Exemples (3)

Un modèle d'ordinateur coute 1600 DT en 2004

EN 2005 le prix a augmente de 4%

En 2006 le prix a diminue de 3,85%

Soient X : le prix en 2004

Y : le prix en 2006

Alors $Y = \left(1 + \frac{4}{100}\right).\left(1 - \frac{3,85}{100}\right).X$

$= (1,04).(0,9615).\ 1600$

$= 1599,936$ DT

Correction d'exercice n°8 page 24

Remarque

Soit X une grandeur a augmente de t % donc on obtient une grandeur Y

Alors $Y = \left(1 + \frac{t}{100}\right).X$

C a d $t = 100.\left(\frac{Y}{X} - 1\right)$

Soient X : le prix du m^2 en 1993 = 80 DT

Y : le prix du m^2 en 2004 = 112 DT

Le prix du m^2 a augmente de 80DT a 112 DT

Alors le pourcentage (t) % D'augmentation $= 100.\left(\frac{Y}{X} - 1\right) = 100.\left(\frac{Y}{X} - 1\right)$

$= 100.\left(\frac{112}{80} - 1\right)$

$$= 100 \, . \, \frac{32}{80} = 40\ \%$$

Correction d'exercice 10 page 24

1) Le pourcentage = $\frac{27172\ .100}{52163}$ = 52,090%

L'arrondi a l'unité = 52

2) le pourcentage = $\frac{14970\ .100}{27172}$ = 55,100 %

L'arrondi a 10^{-2} = 55,10

Correction d'exercice 7 page 23

Remarque :

Le pourcentage % (t) = $\frac{valeur\ \ initiale\ \ .100}{valeur\ \ totale}$

Donc valeur initiale = $\frac{t\ \ .\ valeur\ \ totale}{100}$

Alors :

Nombres des supporters tunisiennes = $\frac{80\ \ .52000}{100}$=41600

Nombres des supporters féminins = $\frac{8\ .\ 41600}{100}$ = 3328