



EXERCICE 1 : 6 pts

Q.I. Les questions sont indépendantes

1. a. On donne le tableau ci-dessous. Déterminer le signe des réels a et de b . (justifier)
 b. sachant que $a = -5$, trouver le réel b .

1	2	3	4
$ax + b$	-	+	-

- a) signe de $a =$ signe $(ax+b)$ sur $[2, +\infty[\Rightarrow$ $a < 0$.
 pour $x=2$ on a $a \cdot 2 + b = 0 \Rightarrow b = -2a$
 Comme $a < 0$ alors $b = -2a > 0$.
- b) $a = -5$; on a $b = -2a \Rightarrow b = 10$.

2. Soit Δ une droite du plan et f la fonction affine de coefficient a et d'ordonnée a l'origine b . Si Δ est une représentation graphique de f déterminer alors a et b dans chacun des cas suivants. (justifier)

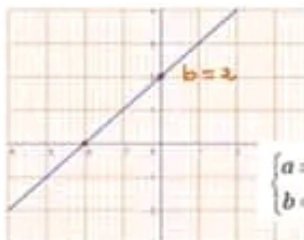


Fig1

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$



Fig2

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

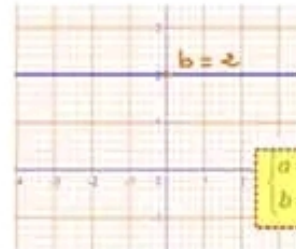


Fig3

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &= 2 \\ f(0) &= 2 \\ f(-2) &= 0 \\ a &= \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{2 - 0}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ f(1) &= -1 \\ a \cdot 1 &= -1 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 2 \\ f &= \text{cste} \\ a &= 0 \end{aligned}$$

3. a. L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sqrt{x+2023} \leq 0$ est $S_R = \dots?? \dots$ (justifier)

- b. L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x^{2023} - x^{2022} \geq 0$ est $S_R = [1, +\infty[$.

vrai ou faux ??? (justifier)

a) $\sqrt{x+2023} \leq 0 \Rightarrow$ $x + 2023 = 0$
 $\Rightarrow x = -2023$; $S_R = \{-2023\}$.

b) $x^{2023} - x^{2022} \geq 0$ est $S_R = [1, +\infty[$. $x^{2023} - x^{2022} \geq 0$

$\Rightarrow x^{2022} (x - 1) \geq 0 \Rightarrow$ $\begin{cases} x = 0 \text{ ou } x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$ $\begin{cases} x = 0 \text{ ou } x \in [1, +\infty[\end{cases}$
 $S_R = [1, +\infty[\cup \{0\}$ **Faux**



b. Montrer que $OBED$ est un trapèze isocèle.

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OA} \text{ et } \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD}$$

$$\text{dnc } (BE) \parallel (OA) \text{ et } (OA) = (AD)$$

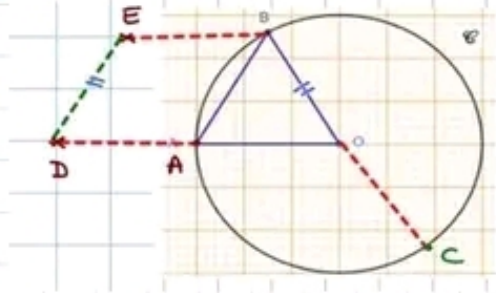
$$\text{dnc } (BE) \parallel (OD), BE \neq OD.$$

$$\text{en plus } \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD} \text{ dnc } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{ED}$$

$$\text{on a alors } BA = ED$$

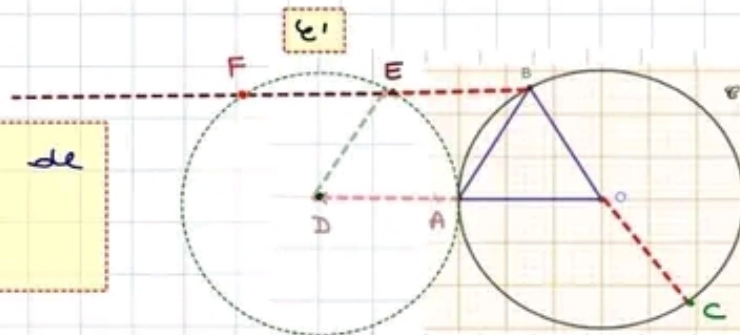
$$\text{en plus } BA = BO \text{ car } \triangle ABO \text{ est équilatéral dnc } BO = ED$$

Q: $EBOD$ est un trapèze isocèle.



2. Construire $\mathcal{C}'$ image de $\mathcal{C}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{OD}$ et montrer que $E \in \mathcal{C}'$.

$t_{\overrightarrow{OD}}(\mathcal{C}) =$ le cercle $\mathcal{C}'$ de centre $t_{\overrightarrow{OD}}(O) = D$ et isométrique à $\mathcal{C}$.



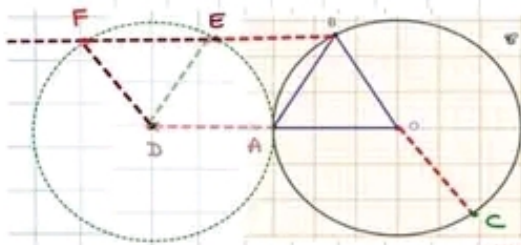
$B \in \mathcal{C}$, $EBOD$ est un trapèze isocèle dnc $DE = OB = \text{rayon de } \mathcal{C}$.

et puisque $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sont deux cercles tangents dnc.

$\mathcal{C}'$ a le centre D d'un $E \in \mathcal{C}'$.

de m rayon

3. La droite (BE) recoupe $\mathcal{C}'$ en F. Montrer que $F = t_{\overrightarrow{OD}}(B)$.



$$B \in \mathcal{C} \cap (EB)$$

$$\Rightarrow t_{\overrightarrow{OD}}(B) \in t_{\overrightarrow{OD}}(\mathcal{C}) \cap t_{\overrightarrow{OD}}(EB)$$

$$\text{or } t_{\overrightarrow{OD}}(\mathcal{C}) = \mathcal{C}', t_{\overrightarrow{OD}}(EB) = (EB) \text{ car } (OD) \parallel (EB)$$

dnc

$$t_{\overrightarrow{OD}}(B) \in \mathcal{C}' \cap (EB) = \{E, F\}.$$

$$\text{or } BE \neq OD \text{ car } OD = 2BE.$$

$$(BE = OA \text{ et } OA = \frac{1}{2}OD).$$

$$\text{dnc } \overrightarrow{BE} \neq \overrightarrow{OD} \text{ car } \text{car}$$

$$t_{\overrightarrow{OD}}(B) = F.$$

EXERCICE 2 7 pts

LYCEE PILOTE BAYREM 5

EL MENZAH 8



M. LAKHDAR

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3(x-1)^2 - (2x^2+3) - x\left(x - \frac{29}{4}\right)$

1. Montrer que f est une fonction linéaire de coefficient $\frac{5}{4}$.

$$f(x) = 3(x^2 - 2x + 1) - 2x^2 - 3 - x^2 + \frac{29}{4}x$$

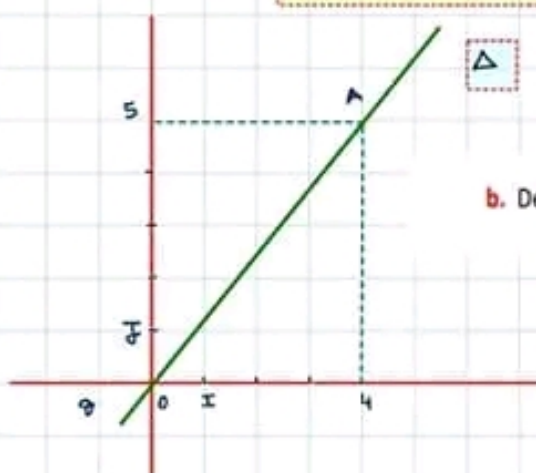
$$= \cancel{3x^2} - 6x + \cancel{3} - \cancel{2x^2} - \cancel{3} - \cancel{x^2} + \frac{29}{4}x$$

$$(\Rightarrow) f(x) = x\left(-6 + \frac{29}{4}\right) = \frac{5}{4}x \quad \text{et} \quad f(x) = \frac{5}{4}x$$

2. a. Construire la représentation graphique Δ de f dans un repère orthonormé (O, I, J) .

La représentation graphique de f est la droite
avec $A(4, 5)$

$$\Delta = (OA)$$



- b. Déterminer le réel m pour que les points $O, A(4,5)$ et $F\left(-\frac{8}{5}(m^2-m), 10m+8\right)$

O, A, F alignés si $F \in \Delta = (OA)$.

$$\text{soit} \quad f\left(-\frac{8}{5}(m^2-m)\right) = 10m+8$$

$$\text{soit} \quad \frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{8}{5}(m^2-m)\right) = 10m+8$$

$$\text{soit} \quad -2(m^2-m) = 10m+8$$

$$\text{soit} \quad m^2-m = -5m-4$$

$$\text{soit} \quad m^2+4m+4 = 0$$

$$\text{soit} \quad (m+2)^2 = 0 \quad \text{soit} \quad m = -2$$

- c. Déterminer la mesure de l'angle $\hat{x}$ sachant que le point $Q\left(-1+\cos\hat{x}, -\frac{5}{8}\right) \in \Delta$.

$$Q \in \Delta \quad \text{soit} \quad f(-1+\cos\hat{x}) = -\frac{5}{8}$$

$$\text{soit} \quad \frac{5}{4}(-1+\cos\hat{x}) = -\frac{5}{8}$$

$$\text{soit} \quad -1+\cos\hat{x} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{soit} \quad \cos\hat{x} = \frac{1}{2}$$

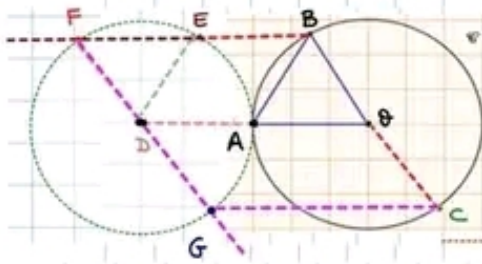
$$\text{soit} \quad \hat{x} = 60^\circ$$

- d. Déterminer l'application affine h dont la représentation graphique Δ_h est la droite passant par $L(2,-3)$ et parallèle à Δ .



M. LAKHDAR

4. La droite (FD) recoupe $\mathcal{C}'$ en G. Montrer que $G = t_{\vec{OD}}(C)$.



$$\vec{BF} = \vec{OD} \quad \text{car } t_{\vec{OD}}(B) = F.$$

si

$$\vec{FD} = \vec{BF} \quad \{ (1) \}$$

$$\text{si } D = F * G \quad \text{si } \vec{FD} = \vec{DG} \quad \{ (2) \}$$

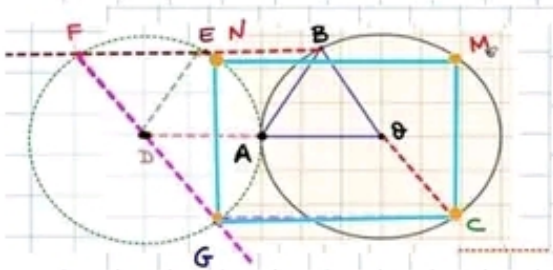
$$B = B * C \quad \text{si } \vec{BF} = \vec{OC}$$

d'après (1) et (2) $\vec{OC} = \vec{DG} \quad \text{si } \vec{OD} = \vec{CG}$

$$\text{si } t_{\vec{OD}}(C) = G.$$

5. Soit M un point variable sur le cercle $\mathcal{C}$ privé de C et N un point tel que CGNM est un parallélogramme.

Déterminer l'ensemble des points N lorsque M décrit $\mathcal{C}$ privé de C



CGNM est un parallélogramme

$$\text{dnc } \vec{CG} = \vec{MN} \quad \text{ou } \vec{CG} = \vec{OD}$$

$$\text{dnc } \vec{OD} = \vec{MN}$$

$$\Leftrightarrow t_{\vec{OD}}(M) = N.$$

si M varie sur le cercle C.
alors $t_{\vec{OD}}(M)$ // // $t_{\vec{OD}}(C)$ puis de par $t_{\vec{OD}}(C)$

d :

N varie sur le cercle C' privé du point G.



$$\begin{cases} h(x) = ax + b \\ \Delta h \parallel \Delta f \end{cases} \text{ or } f(x) = \frac{5}{4}x$$

donc $a = \frac{5}{4}$

donc $h(x) = \frac{5}{4}x + b$.

or $L(2, -3) \in \Delta h$ sig $h(2) = \frac{5}{4} \cdot 2 + b = -3$.

sig $b = -3 - \frac{5}{2} = -\frac{11}{2}$.

donc:

$$h(x) = \frac{5}{4}x - \frac{11}{2}$$

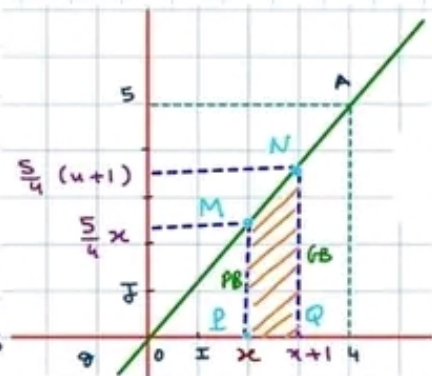
3. Soit M un point de Δ d'abscisse $x > 0$ et N un point de Δ d'abscisse $x+1$.

P le projeté orthogonal de M sur (OI) et Q le projeté orthogonal de N sur (OI).

Déterminer x pour que l'aire du trapèze MNQP soit égal à 5.

$$\text{aire}(MNQP) = \frac{(PB + QB) \times h}{2}$$

$$\text{aire}(MNQP) = \frac{\left(\frac{5}{4}x + \frac{5}{4}(x+1)\right) \times \underbrace{(x+1-x)}_{\text{hauteur}}}{2} = 5$$



sig $\frac{\frac{5}{4}x + \frac{5}{4}x + \frac{5}{4}}{2} = 5$

sig $\frac{5}{2}x + \frac{5}{4} = 10$ sig $\frac{5}{2}x = 10 - \frac{5}{4} = \frac{35}{4}$.

sig $x = \frac{7}{2}$.

EXERCICE 3 7 pts

On considère le triangle OBA équilatéral.

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et passant par A.

C le point du plan tel que $[BC]$ est un diamètre de $\mathcal{C}$.

1. a. Construire le point $D = t_{OA}(A)$ et $E = t_{OA}(B)$.

$t_{OA}(A) = D$

sig $\vec{OA} = \vec{AD}$

$t_{OA}(B) = E$

sig $\vec{OA} = \vec{BE}$

