

Correction proposée

Exercice 1 :

1) a) $A = x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$ (1)

$B = x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x+2)(x^2 - 2x + 2^2) = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$ (1,5)

b) $x^3 + x^2 + 4 = (x^3 + 8) + (x^2 - 4) = B + A$
 $= (x+2)(x^2 - 2x + 4) + (x+2)(x-2)$
 $= (x+2)(x^2 - 2x + 4 + x - 2) = (x+2)(x^2 - x + 2)$ (1)

c) Pour $x \neq -2$

$\frac{A}{B} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \frac{x-2}{x^2 - 2x + 4}$ (1)

2) a) $E = (2x-6)^2 - (1-x)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 6 + 6^2 - (1^2 - 2 \times 1 \times x + x^2)$
 $= 4x^2 - 24x + 36 - (1 - 2x + x^2) = 4x^2 - 24x + 36 - 1 + 2x - x^2$
 $= 3x^2 - 22x + 35$ (1,5)

b) $E = (2x-6)^2 - (1-x)^2 = [(2x-6) - (1-x)][(2x-6) + (1-x)]$
 $= (2x-6-1+x)(2x-6+1-x) = (3x-7)(x-5)$ (1,5)

c) Pour $x = \frac{7}{3}$, $E = (3 \times \frac{7}{3} - 7)(\frac{7}{3} - 5) = 0 \times (\frac{7}{3} - 5) = 0$ (1)

3) a) $F = (x-5)^3 + 15[(x-2)^2 - x - 4]$
 $= x^3 - 3x^2 \times 5 + 3x \times 5^2 - 5^3 + 15(x^2 - 2x \times 2 + 2^2 - x - 4)$
 $= x^3 - 15x^2 + 75x - 125 + 15(x^2 - 4x + 4 - x - 4)$
 $= x^3 - 15x^2 + 75x - 125 + 15(x^2 - 5x)$
 $= x^3 - 15x^2 + 75x - 125 + 15x^2 - 75x = x^3 - 125$ (1,5)

b) $F = x^3 - 125 = x^3 - 5^3 = (x-5)(x^2 + 5x + 5^2) = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$ (1)

c) $F - E = (x-5)(x^2 + 5x + 25) - (3x-7)(x-5)$
 $= (x-5)[(x^2 + 5x + 25) - (3x-7)]$
 $= (x-5)(x^2 + 5x + 25 - 3x + 7)$
 $= (x-5)(x^2 + 2x + 32)$ (1)



Exercice 2 :

1) $AB^2 + AC^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2 = 9 + 8 = 17 = BC^2$ (1)

Donc d'après la réciproque de Pythagore ABC est un triangle rectangle en A

2) $\cos \hat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{17}} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$ (1)

$\sin \hat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{\sqrt{17}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}$ (1)

$\tan \hat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ (1)

3) AH = ?

1^{ère} méthode : $AH \times BC = AB \times AC$ sig $AH \times \sqrt{17} = 3 \times 2\sqrt{2}$ sig $\sqrt{17} \times AH = 6\sqrt{2}$

donc $AH = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{17}} = \frac{6\sqrt{34}}{17}$

2^{ème} méthode : Dans le triangle ACH, rectangle en H, $\sin \hat{ACH} = \frac{AH}{AC}$ (1,5)

or $\hat{ACH} = \hat{ACB}$ donc $\frac{3\sqrt{17}}{17} = \frac{AH}{2\sqrt{2}}$ sig $17 \times AH = 3\sqrt{17} \times 2\sqrt{2}$

sig $17AH = 6\sqrt{34}$ sig $AH = \frac{6\sqrt{34}}{17}$

CH = ?

1^{ère} méthode : $CH \times CB = CA^2$ sig $CH \times \sqrt{17} = (2\sqrt{2})^2$ sig $CH \times \sqrt{17} = 8$ sig

$CH = \frac{8}{\sqrt{17}} = \frac{8\sqrt{17}}{17}$

2^{ème} méthode : Dans le triangle ACH, rectangle en H, $\cos \hat{ACH} = \frac{CH}{AC}$ sig
 $\frac{2\sqrt{34}}{17} = \frac{CH}{2\sqrt{2}}$ sig $17 \times CH = 2\sqrt{34} \times 2\sqrt{2}$ sig $17CH = 4\sqrt{68}$ (1,5)

sig $17CH = 4 \times \sqrt{4 \times 17} = 4 \times 2\sqrt{17} = 8\sqrt{17}$ sig $CH = \frac{8\sqrt{17}}{17}$

3^{ème} méthode : D'après Pythagore dans le triangle rectangle ACH en H :

$CH^2 + AH^2 = AC^2$ sig $CH^2 + \left(\frac{6\sqrt{34}}{17}\right)^2 = (2\sqrt{2})^2$ sig $CH^2 + \frac{72}{17} = 8$ sig

$CH^2 = 8 - \frac{72}{17} = \frac{64}{17}$ donc $CH = \sqrt{\frac{64}{17}} = \frac{8}{\sqrt{17}} = \frac{8\sqrt{17}}{17}$

4) Dans le triangle CHH', rectangle en H',

$\sin \hat{ACB} = \frac{HH'}{CH}$ sig $HH' = CH \times \sin \hat{ACB} = \frac{8\sqrt{17}}{17} \times \frac{3\sqrt{17}}{17} = \frac{24}{17}$

D'après Pythagore dans le triangle AHH', rectangle en H' : $AH'^2 + HH'^2 = AH^2$ sig

$AH'^2 = AH^2 - HH'^2 = \left(\frac{6\sqrt{34}}{17}\right)^2 - \left(\frac{24}{17}\right)^2 = \frac{648}{289}$ donc $AH' = \sqrt{\frac{648}{289}} = \frac{18\sqrt{2}}{17}$ (1)



Lycée : Kram	Devoir de Contrôle N°3	Professeur : Wissem Fligène
Date : 01/2022		Epreuve : Mathématiques
Classes : 1S 3 & 4		Durée : 45 mn

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

Exercice 1 : (12 points)

- 1) Soient $A = x^2 - 4$ et $B = x^3 + 8$.
 - a) Factoriser A et B .
 - b) En déduire une factorisation de $x^3 + x^2 + 4$.
 - c) On suppose que $x \neq -2$; simplifier $\frac{A}{B}$.
- 2) Soit $E = (2x - 6)^2 - (1 - x)^2$.
 - a) Développer E .
 - b) Factoriser E .
 - c) Calculer E pour $x = \frac{7}{3}$.
- 3) Soit $F = (x - 5)^3 + 15[(x - 2)^2 - x - 4]$.
 - a) Développer F et vérifier que $F = x^3 - 125$.
 - b) Factoriser alors F
 - c) En déduire une factorisation de $F - E$.

Exercice 2 : (8 points)

Soit un triangle ABC tel que $AB = 3$, $AC = 2\sqrt{2}$ et $BC = \sqrt{17}$.

- 1) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A.
- 2) Calculer $\cos \widehat{ACB}$, $\sin \widehat{ACB}$ et $\tan \widehat{ACB}$.
- 3) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) .
Calculer les distances AH et CH .
- 4) Soit H' le projeté orthogonal de H sur (AC)
Calculer la distance AH' .