

pour Suite $\frac{2}{2+\sqrt{5}} = \frac{106}{AB}$

Donc, $2AB = 106(2+\sqrt{5})$

Donc, $AB = \frac{106 \cdot (2+\sqrt{5})}{2}$

Donc, $AB = 5 \cdot \underbrace{(2+\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5}-2)}_{1}$

Donc, $AB = 5$

Exo 3 :

1°) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{n(n+2)}$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{(n+2) - n}{n(n+2)} = \frac{2}{n(n+2)}$$

2°) On a :

$$2S = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{2 \times 4} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{97 \times 99} + \frac{2}{98 \times 100}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } 2S &= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \\ &= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{29302}{19800} \end{aligned}$$

Donc : $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{29302}{19800} = \frac{14651}{9900}$

(2)

$$b) \frac{a^{2018}}{b^{-2020}} = a^{2018} \cdot b^{2020}$$

$$Sieg = a^{2018} \cdot b^{2018} \cdot b^2$$

$$fig = (a \cdot b)^{2018} \cdot b^2 \text{ or } \begin{cases} (a \cdot b = 1) \text{ d/mc} \end{cases}$$

On en déduit que :

$$\frac{a^{2018}}{b^{-2020}} = b^2 = \left(\frac{\sqrt{5}-2}{2}\right)^2 = 5 + 4 - 4\sqrt{5} = 9 - 4\sqrt{5}$$

3°) Dans le triangle OAB On a :

HE(OA) et

NE(OB)

avec (HN) // (AB) $\begin{pmatrix} (HN) \perp (OA) \\ (AB) \perp (OA) \end{pmatrix}$

Donc d'après le théorème de Thalès On a :

$$\frac{OH}{OA} = \frac{ON}{OB} = \frac{HN}{AB} \quad \text{d'où :}$$

$$\frac{OH}{OA} = \frac{HN}{AB}$$

Exercice 2 : (5 points)

On considère les nombres réels :

$$a = 3\sqrt{20} - \sqrt{125} + 2 \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{4}(5 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) - \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{8}.$$

1. Montrer que : $a = \sqrt{5} + 2$ et $b = \sqrt{5} - 2$.

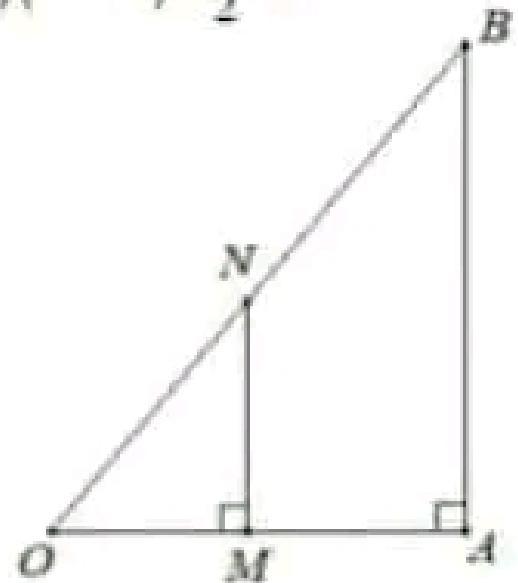
2.a. Montrer que a et b sont inverses.

b. Calculer alors : $\frac{a^{2018}}{b^{-2020}}$.

3. On considère la figure ci-contre où

$$OM = 2, \quad MA = \sqrt{5} \quad \text{et} \quad MN = 10b.$$

Calculer AB .



Exercice 3 : (3 points)

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que : $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{n(n+2)}$.

2. Calculer alors la somme :

$$S = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{97 \times 99} + \frac{1}{98 \times 100}$$

Exercice 4 : (8 points)

1. Tracer un trapèze $ABCD$ de bases $[AB]$ et $[CD]$ tel que $AB = 6\text{cm}$ et $CD = 8\text{cm}$.

Placer les points I et J milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$.

2. Les droites (AJ) et (DI) se coupent en M .

a. Montrer que : $\frac{MI}{MD} = \frac{AI}{DJ}$

b. En déduire que : $IM = \frac{3}{7}ID$

3. Les droites (BJ) et (CI) se coupent en N .

Montrer que : $IN = \frac{3}{7}IC$.

4. En déduire que les droites (MN) et (DC) sont parallèles.

(5)

$$b.) \text{ On a. } \frac{HI}{HD} = \frac{AI}{JD}$$

$$\Leftrightarrow HI \cdot JD = AI \cdot HD$$

$$\Leftrightarrow HI = AI \cdot \frac{HD}{JD} = \frac{3}{4} HD$$

$$\Leftrightarrow HI = \frac{3}{4} (ID - HI)$$

$$\Leftrightarrow HI = \frac{3}{4} ID - \frac{3}{4} HI$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{4} HI = \frac{3}{4} ID$$

$$\text{d. : } \boxed{HI = \frac{3}{7} ID}$$

3°) Dans le triangle NBJ on a :

$I \in (NC)$ et $B \in (NJ)$ avec : $(AI) \parallel (CJ)$

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{NB}{NJ} = \frac{NI}{NC} = \frac{BI}{JC}$$

$$\text{Donc } \frac{NI}{NC} = \frac{BI}{JC}$$

Exercice 1 : (4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. On indiquera à chaque fois le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée)

1. Le nombre $\sqrt{2}^{-2018} + \sqrt{2}^{-2018}$ est égal à :

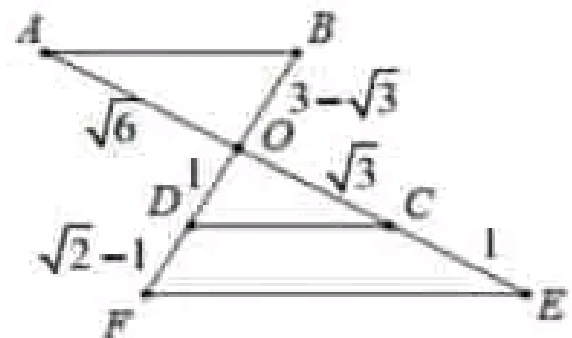
- ☐ a $\sqrt{2}^{-2016}$ ☐ b $\sqrt{2}^{-2017}$ ☐ c 2^{-2018}

2. L'inverse du réel $3 - \sqrt{3}$ est :

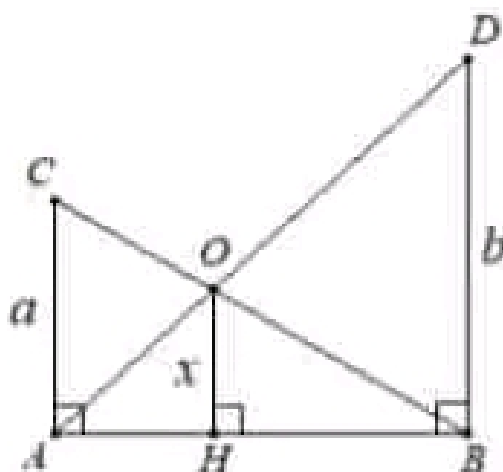
- ☐ a $\frac{1}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$ ☐ b $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ ☐ c $3 + \sqrt{3}$

3. Dans la figure ci-contre :

- ☐ a $(AB) \parallel (CD)$
☐ b $(AB) \parallel (EF)$
☐ c $(CD) \parallel (EF)$



4. On considère la figure ci-dessous .On a :



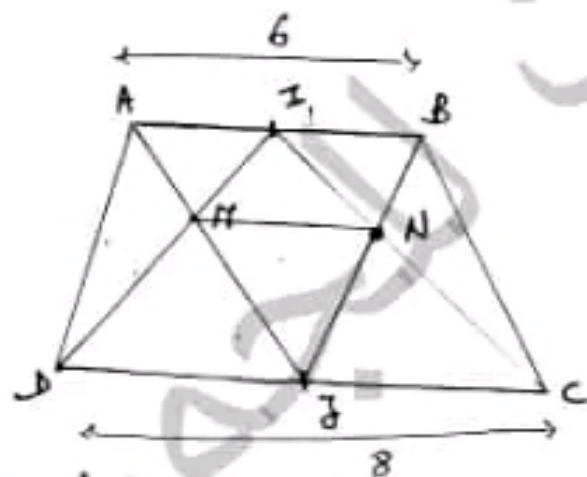
☐ a $x = \frac{a+b}{2}$

☐ b $x = |a-b|$

☐ c $x = \frac{ab}{a+b}$

Exo 4 :
Cs

(4)



2°) a) Dans le triangle HDJ on a :

$$I \in (MD)$$

$$A \in (HJ)$$

$$\text{avec : } (AI) \parallel (DJ) \text{ Car } (AB) \parallel (DC)$$

(ABCD est un trapèze de bases $[AB]$ et $[DC]$ et $I \in (AB)$
et $J \in (DC)$ Donc :

D'après le théorème de Thalès : On a :

$$\frac{HA}{HJ} = \frac{HI}{HD} = \frac{AI}{JD}$$

$$\text{Donc } \frac{HI}{HD} = \frac{AI}{JD}$$

Ex 02 :

(1)

$$a = 3\sqrt{20} - \sqrt{125} + 2$$

$$S_{eq} = 3\sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} + 2$$

$$S_{eq} = 6\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 2$$

$$S_{eq} = \sqrt{5} + 2$$

Donc $a = \sqrt{5} + 2$.

$$1) \quad b = \frac{1}{4}(5 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) - \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{8}$$

$$S_{eq} = \frac{1}{4}[5 + 5\sqrt{5} - \sqrt{5} - 5] - 2$$

$$S_{eq} = \frac{1}{4}(4\sqrt{5}) - 2$$

$$S_{eq} = \sqrt{5} - 2$$

$$(a^2 - b^2 = (a-b)(a+b))$$

Donc $b = \sqrt{5} - 2$.

$$2) \quad \text{On a : } a \cdot b = (\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) \\ = 1$$

Donc a et b sont inverses.