العلاقات القياسيّة في المثلث القائم:إصلاح تمارين

إصلاح تمرين عدد 01

1) $AG=\sqrt{2}$	4) $OM=2\sqrt{3}$
2) $AH=\sqrt{2}$	5) EFG مثلث قائم في E
3) $EF=1+\sqrt{2}$	6) $PQ=2\sqrt{2}$

إصلاح تمرين عدد 02

1) أ) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث ABC لدينا $BC^2=AB^2+AC^2=36+20,25=56,25$
إذن $BC=\sqrt{56,25}=7,5$
بتطبيق العلاقة $AH\times BC=AB\times AC$ إذن $AH\times 7,5=6\times 4,5$ إذن $AH=3,6cm$
بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AHC لدينا $HC^2=AC^2-AH^2=20,25-12,96=7,29$
إذن $HC=\sqrt{7,29}=2,7$
ب) $BH=BC-HC=7,5-2,7=4,8$
2) أ) AEE' مثلث

إذن $\begin{pmatrix} C \text{ منتصف } [AE] \\ H \in [AE'] \text{ و } (HC)//(EE') \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} H \text{ منتصف } [AE'] \\ \text{و} \\ HC=\frac{EE'}{2} \end{pmatrix}$

ب) $AE'=2\times HA=7,2$ $EE'=2\times HC=2\times 2,7=5,4$
3) أ) احسب العلاقة $EE'^2=E'K\times E'A$ في المثلث EAK
$(5, 4)^2=E'K\times 7,2$ إذن $E'K=4.05$

إصلاح تمرين عدد 03

1) $a^2=(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=6-2\sqrt{12}+2=8-2\times 2\sqrt{3}=8-4\sqrt{3}$
$a\times b=(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})=6-2=4$
3) أ) OCD هو مثلث متقايس الضلعين $[OC]$ و $[OD]$ و $\widehat{COD}=60°$ إذن فهو متقايس الأضلاع
$OH=2\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ و $HB=2-\sqrt{3}$
$HC^2=OC^2-OH^2=4-3=1$ (حسب بيتاغور في المثلث OHC) إذن $HC=1$
ب) $a^2=(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2=8-4\sqrt{3}+3+1=4-4\sqrt{3}+3+1=BC^2+HB^2$
(حسب بيتاغور في المثلث HBC)
ج) $a^2=8-4\sqrt{3}$ BC^2 إذن $BC=a$
ABC مثلث قائم في C لان الدائرة المحيطة به قطرها $[AB]$ هو احد اضلاعه
وبما أن $[AH]$ هو ارتفاعه الصادر من C فان $CA\times CB=CH\times AB$ إذن $CA=\frac{4}{BC}$
فنستنتج أن $CA=\frac{4}{a}=b$

إصلاح تمرين عدد 04

1) حسب العلاقة $AH^2=HB\times HC=x(6-x)$ إذن $x(6-x)=(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2$ إذن
$6x-x^2=\frac{27}{4}$ وبالتالي $x^2-6x+\frac{27}{4}=0$
2) $(x-\frac{3}{2})(x-\frac{9}{2})=x^2-\frac{9}{2}x-\frac{3}{2}x+\frac{27}{4}=x^2-6x+\frac{27}{4}$
2) $x^2-6x+\frac{27}{4}=0$ إذن $(x-\frac{3}{2})(x-\frac{9}{2})=0$ إذن $x=\frac{9}{2}$ او $x=\frac{3}{2}$
وبما ان $CH<3$ فان $x=CH=\frac{3}{2}$

فرض مراقبة عدد 03

تمرين عدد 01

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة

1) $(\sqrt{2}+1)^{200}$ هو مقلوب $(2\sqrt{2}-3)^{100}$

2) $\frac{(\sqrt{7})^3+(\sqrt{7})^5}{7}$ يساوي أ) $2\sqrt{7}$ ب) $8\sqrt{7}$ ج) $\sqrt{7}+7$

3) ABC مثلث متقايس الأضلاع و $[AH]$ ارتفاع له حيث $AH=3\sqrt{3}$ إذن

أ) $AB=\sqrt{3}$ ب) $AB=4$ ج) $AB=6$

تمرين عدد 02

1) احسب العبارات التالية

$a=(\sqrt{5})^{-12}\times 5^6$; $b=(\sqrt{2})^5\times(\frac{1}{\sqrt{2}})^{-5}$

$c=32\times(\sqrt{5})^5\times(\sqrt{10})^{-4}\times(\sqrt{2})^{-4}$; $d=((-\sqrt{3})^{-2})^{-3}\times\left[(\frac{1}{2\sqrt{2}})^{-2}-(\sqrt{5})^2\right]$

2) اكتب في صيغة قوة لعدد حقيقي دليله مخالف لواحد العبارات التالية

$z=(\sqrt{2})^6\times(\sqrt{7})^4\times 2^4\times(7^3)^{-3}$; $x=3^{-7}(\sqrt{3})^{12}$; $y=(\sqrt{5})^4\times(\sqrt{3})^4\times(\sqrt{15^{-2}})^3$

3) اختصر العبارة التالية حيث x و y عددان حقيقيان

$A=\frac{(x^{-2}y)^3\times(y^{-2})^{-3}}{(x^{-2}y^{-3})^{-3}x^2y}$; احسب A إذا علمت ان $y=\sqrt{5}$ و $x=\sqrt{10}$

تمرين عدد 03

ابن مثلثا ABC متقايس الاضلاع حيث $AB=4$ و ζ الدائرة التي قطرها $[AB]$ (1

ζ تقطع (BC) في نقطة ثانية J بين أن المثلث AJB قائم في J ثم إحسب AJ

لتكن النقطة D مناظرة C بالنسبة إلى B. بين أن المثلث ADC قائم في A ثم بين أن $2AD=4\sqrt{3}$)

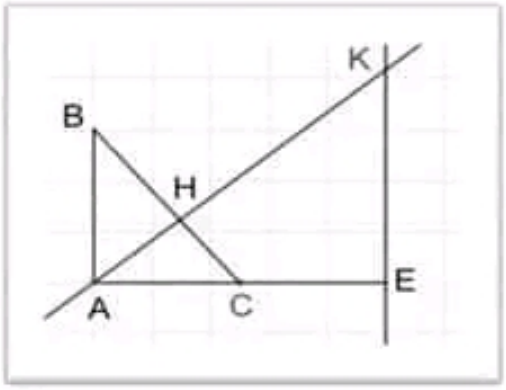
الدائرة ζ تقطع (AD) في نقطة ثانية I أ) بين أن المثلث ABI قائم في I ب) إستنتج أن I منتصف $[AD]$ (3

لتكن K نقطة من نصف المستقيم $[BI]$ حيث $4IK=6$)

أ) بين أن $KD=4\sqrt{3}$ ب) بين أن المثلث KBD قائم في D

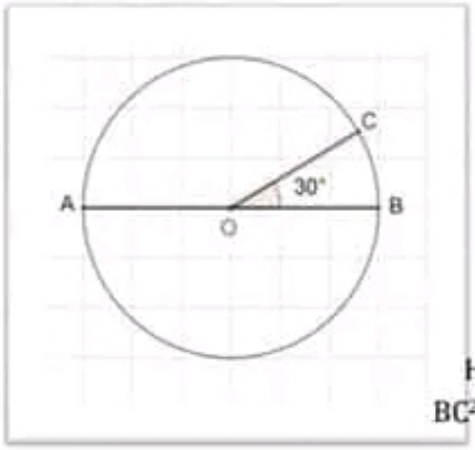
تمرين عدد 02 (وحدة القيس هي الصم)

في الرسم المقابل ABC مثلث قائم في A حيث AC=4,5 و AB=6 و C منتصف $[AE]$ و Δ مستقيم عمودي على (AE) في E
لتكن H المسقط العمودي لـ A على (BC) ، المستقيم (AH) يقطع Δ في K



1) أ) احسب BC و AH ب) HC و بين أن HB=4,8
2) لتكن E' المسقط العمودي لـ E على (AK)
أ) بين أن H منتصف $[AE']$ ب) احسب EE'
3) أ) بين أن $E'K = 4,05$ ب) احسب مساحة شبه المنحرف ABKE

تمرين عدد 03 (وحدة القيس هي الصم)

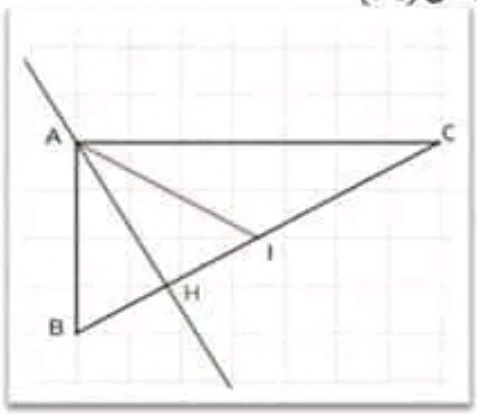


1) نعتبر العددين الحقيقيين a و b حيث $a = \sqrt{6} - \sqrt{2}$; $b = \sqrt{6} + \sqrt{2}$
برهن أن $a^2 = 8-4\sqrt{3}$ و $ab = 4$
2) في الرسم المقابل ج دائرة مركزها O وشعاعها 2 و $[AB]$ قطرا لها
الهدف في هذا السؤال احساب AC و BC

لتكن D مناظرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) , المستقيمان (CD) و (AB) يتقاطعان في نقطة H
أ) بين أن المثلث OCD متقايس الأضلاع ثم احسب OH و HB و HC ب) بين أن $BC^2=8-4\sqrt{3}$
ج) بين أن المثلث ABC قائم في C ثم استنتج أن $CA = \frac{4}{CB}$ د) بين أن AC=b و BC=a

تمرين عدد 04 (دورة جوان 2014)

في الرسم المقابل لدينا ABC مثلث قائم في A و I منتصف $[BC]$ و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)



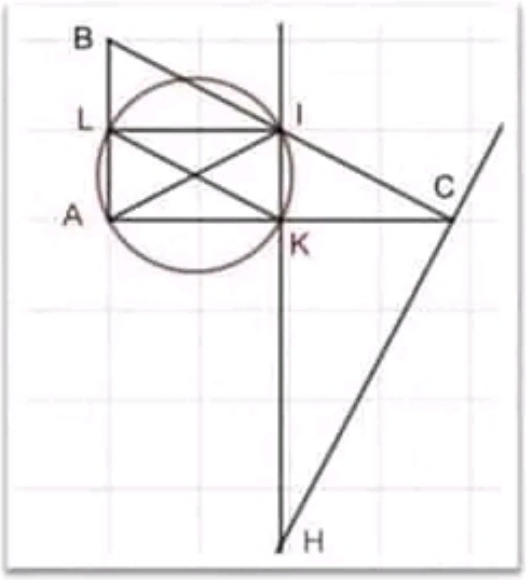
BC= 6 و $AH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ و CH= X حيث X حقيقي موجب
1) بين أن $AH^2 = X\,(6 - X)$ ثم استنتج أن العدد الحقيقي X يحقق المساواة
$x^2 - 6X + \frac{27}{4} = 0$
2) بين أن $X^2 - 6X + \frac{27}{4} = (X - \frac{3}{2})(X - \frac{9}{2})$
3) احسب CH ثم احسب AB

تمرين عدد 05 (وحدة القيس هي الصم)

1) ابن مثلث ABC قائم في A حيث AB=2 و BC=4 ثم بين أن $AC=2\sqrt{3}$
2) لتكن I منتصف $[BC]$ و ج الدائرة التي قطرها $[AI]$ تقطع $[AC]$ في نقطة ثابتة K وتقطع $[AB]$ في نقطة ثانية L
أ) بين أن المثلث AIB متقايس الأضلاع ب) استنتج أن $IL=\sqrt{3}$ ج) بين أن K منتصف $[AC]$ ثم احسب IK
3) لتكن النقطة H من نصف المستقيم $[IK)$ حيث HK=3
أ) بين أن $CH=2\sqrt{3}$ ب) بين أن المثلث ICH قائم في C

حسب بيتاغور في المثلث AHB : $AB^2=AH^2+HB^2=\frac{27}{4}+\frac{81}{4}=\frac{108}{4}$ إذن $AB=\sqrt{\frac{108}{4}}=\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

اصلاح تمرين عدد 05



1)

2)أ) I منتصف الوتر $[BC]$ في المثلث القائم ABC إذن $IB=IA=\frac{BC}{2}=2$
ونعلم ان $AB=2$ إذن AIB مثلث متقايس الأضلاع
ب) AIL هو مثلث قائم في L لان احد أضلاعه وهو $[AI]$ هو قطرا للدائرة المحيطة به
وبالتالي $(AB)\perp(IL)$ فنستنتج ان $(IL)//(AC)$

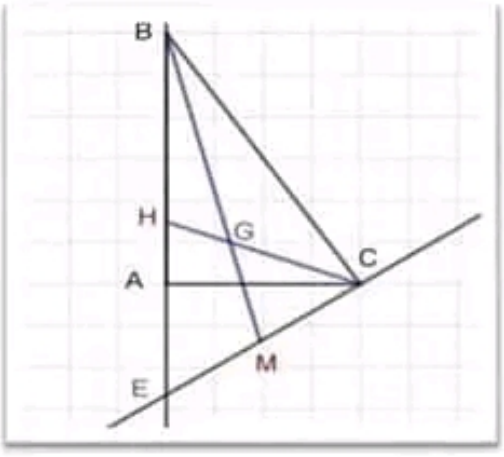
إذن $\begin{pmatrix} I \text{ منتصف } [BC] \\ L\in[BA] \text{ و } (IL)//(AC) \end{pmatrix}$ إذن $\begin{pmatrix} L \text{ منتصف } [AB] \\ \text{و} \\ LI=\frac{AC}{2}=\sqrt{3} \end{pmatrix}$

ج) AIK هو مثلث قائم في K لان ضلعه $[AI]$ قطرا للدائرة المحيطة به وبالتالي
$(AC)\perp(IK)$ اذن $(IK)//(AB)$

إذن $\begin{pmatrix} I \text{ منتصف } [CB] \\ K\in[AC] \text{ حيث } (IK)//(AB) \end{pmatrix}$ إذن $\begin{pmatrix} K \text{ منتصف } [AC] \\ \text{و} \\ IK=\frac{AB}{2}=1 \end{pmatrix}$

3)أ) حسب نظرية بيتاغور في المثلث KHC إذن $HC^2=3^2+\sqrt{3}^2=12$ إذن $HC=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
ب) $IC^2=4$ و $IH^2=16$ و $CH^2=12$
اذن $IC^2+CH^2=IH^2$ وبالتالي حسب عكس نظرية بيتاغور ICH هو مثلث قائم فيC

اصلاح تمرين عدد 07



1) حسب بيتاغور في المثلث ABC لدينا $BC^2=AB^2+AC^2=16+8=24$
إذن $BC=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$
2) حسب العلاقة $CA^2=AB\times AE$
لدينا $8=4\times AE$ إذن $AE=\frac{8}{4}=2$ وبالتالي حسب بيتاغور في المثلث ACE
فنستنتج أن $CE^2=AE^2+AC^2=4+8=12$ $CE=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
3) H منتصف الوتر $[BE]$ في المثلث CBE القائم في C إذن $CH=\frac{BE}{2}=3$
وبما أن $CG=2=\frac{2}{3}CH$ و $[CH]$ هو الموسط الصادر من C بالنسبة للمثلث CBE فان G هي مركز ثقله

تمرين عدد 06 (وحدة القيس هي الصم)

ليكن $(O\ ;I\ ;J)$ معينا متعامدا حيث $OI=OJ=1$

1) عين النقطتين $A(\frac{3}{2}\ ;0)$ و $B(0\ ;2)$ ثم احسب AB

2) لتكن النقطة H المسقط العمودي لـ O على (AB)

أ) احسب HA و HB

3) المستقيم الموازي لـ (OI) و المار من B يقطع (OH) في K , احسب HK ثم استنتج فاصلة النقطة K

تمرين عدد 07

1) ليكن ABC مثلث قائم في A حيث $AB=4$ و $AC=2\sqrt{2}$ احسب BC

2) المستقيم العمودي على (BC) في C يقطع (AB) في E , بين أن $AE=2$ ثم احسب CE

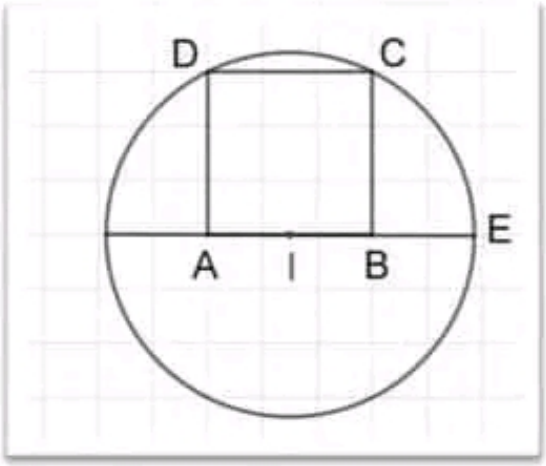
3) لتكن النقطة H منتصف $[EB]$ و G نقطة من $[CH]$ حيث $CG=2$, بين أن G مركز ثقل المثلث BCE

4) المستقيم $[BG]$ يقطع (CE) في M . بين أن المثلث CMG متقايس الضلعين

تمرين عدد 08

ABCD مربع حيث $AB=1$ و I منتصف $[AB]$

الدائرة التي مركزها I وتمر من C تقطع نصف المستقيم $[AB)$ في E



1) بين أن $BE=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ و $AE=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

2) المستقيم المماس للدائرة ζ في C يقطع (AB) في H.احسب BH و CH

تلخيص

نظرية بيتاغور	(إذا كان ABC مثلث قائم في A) فان ($BC^2= AB^2+ AC^2$)
طول قطر مربع	إذا كان ABCD مربعا طول ضلعه a فان طول قطره $a\sqrt{2}$
طول ارتفاع مثلث متقايس الأضلاع	اذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع وطول ضلعه a فانّ طول ارتفاعه $a\frac{\sqrt{3}}{2}$
عكس نظرية بيتاغور	(إذا كان ABC مثلث حيث $BC^2= AB^2+ AC^2$) فان (ABC مثلث قائم في A)
العلاقات القياسيّة في المثلّث القائم	(إذا كان ABC مثلث قائم في A و $[AH]$ الارتفاع الصادر من A) فان ($AH\times BC=AB\times AC$ و $AH^2=HB\times HC$).

التمارين

تمرين عدد 01

ضع علامة (x) أمام المقترح الصحيح

1) إذا كان ABC مثلث قائم ومتقايس الضلعين في A حيث $BC=3\sqrt{2}$ و G مركز ثقله فان

أ) $AG=2\sqrt{2}$ ☐ ب) $AG=2$ ☐ ج) $AG=\sqrt{2}$ ☐

2) إذا كان ABC مثلث قائم في A و H المسقط العمودي لـ A على (BC) حيث $BH=\sqrt{3}-1$ و $CH=\sqrt{3}+1$ فان

أ) $AH=\sqrt{2}$ ☐ ب) $AH= 2\sqrt{2}$ ☐ ج) $AH= \sqrt{3}$ ☐

3) إذا كان EFGH مربع حيث $EG=2+\sqrt{2}$ فان

أ) $EF=1+\sqrt{2}$ ☐ ب) $EF=-2+2\sqrt{2}$ ☐ ج) $EF=\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ☐

4) إذا كان MNP مثلث متقايس الأضلاع وقيس طول ضلعه 6cm و O مركز الدائرة المحيطة به إذن

أ) $OM=3$ ☐ ب) $OM=3\sqrt{3}$ ☐ ج) $OM=2\sqrt{3}$ ☐

5) إذا كان EFG مثلث قائم حيث $EF^2=(FG+EG)(FG-EG)$ فان هذا المثلث

أ) قائم في E ☐ ب) قائم في F ☐ ج) قائم في G ☐

6) *إذا كان OPQ مثلث متقايس الأضلاع مساحته بالصم^2 تساوي $2\sqrt{3}$ فان*

أ) $PQ=6$ ☐ ب) $PQ=4\sqrt{3}$ ☐ ج) $PQ=2\sqrt{2}$ ☐

4) حسب بيتاغور في المثلث CBM لدينا $BM^2=CB^2+CM^2=24+3=27$ إذن $BM=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

وبالتالي $GM=\frac{1}{3}BM=\sqrt{3}$ لان $[BM]$ هو الوسط الصادر من B بالنسبة إلى المثلث CBE

$CM=\sqrt{3}$ و $GM=\sqrt{3}$ إذن المثلث MGC هو متقايس الضلعين قمته M

اصلاح تمرين عدد 08

1) في المثلث CBI القائم في B حسب بيتاغور $IC^2=BI^2+BC^2=\frac{1}{4}+1=\frac{1}{4}+\frac{4}{4}=\frac{5}{4}$ إذن $IC=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

إذن $IE=IC=\frac{\sqrt{5}}{2}$ وبالتالي $BE=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ و $AE=1+\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{2+\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

2) حسب العلاقة $BC^2=BI\times BH$ لدينا $1=\frac{1}{2}\times BH$ إذن $BH=\frac{2}{1}\times 1=2$

وبالتالي حسب بيتاغور في المثلث BCH لدينا $CH^2=BH^2+BC^2=4+1=5$ إذن $CH=\sqrt{5}$