Exercice 1

1) **Faux** en effet si $0 < x < 1$ alors $x^2 < x < \sqrt{x}$
et $0 < 4 - \pi < 1$ alors $(4-\pi)^2 < 4 - \pi < \sqrt{4-\pi}$.
2) **Faux** en effet : $\Delta = 81 - 84 < 0$ alors l'équation n'a pas de racines.
3) **Vrai** en effet : l'équation est définie sur $[2, +\infty[$
Sur $[2,+\infty[$, l'équation est équivalente à $x - 2 < 9$ éq $x < 11$ d'où $S_{IR} = [2,11[$

Exercice 2

1) a/ 1 est une racine de (E) éq $1 + m^2 - 7 + m = 0$ éq $m^2 + m - 6 = 0$
$\Delta = 1 + 24 = 25 > 0$ alors $m' = \frac{-1-5}{2} = -3$ et $m'' = \frac{-1+5}{2} = 2$
b/ Si 1 est une racine de (E) alors la deuxième racine est $\frac{m}{1}$
Ainsi si $m = -3$ alors $S_{IR} = \{1, -3\}$ et si $m = 2$ alors $S_{IR} = \{1, 2\}$.
2) Pour que (E) admette deux racines inverses (dont le produit égale 1)
il faux que $m = 1$.
Or pour $= 1$, l'équation devient $x^2 - 6x + 1 = 0$ dont le disciminant $\Delta = 32 > 0$
Alors pour $m = 1$, l'équation (E) admet deux racines inverses.

Exercice 3

1) a/ $A^2 = \left(\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}\right)^2$
$= 8 - 2\sqrt{15} + 8 + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{(8 - 2\sqrt{15})(8 + 2\sqrt{15})}$
$= 16 - 2\sqrt{64 - 60} = 12$
A étant négatif alors $A = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$
b/ $7 + 4\sqrt{3} = 2^2 + 2 \times 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = (2 + \sqrt{3})^2$
d'où $B = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2 + \sqrt{3}| = 2 + \sqrt{3}$
alors $A + 2B = -2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} = 4$. Donc $A + 2B$ est un entier.

2) a/ $x \in [1,2]$ éq $1 \leq x \leq 2$ éq $x - 1 \geq 0$ et $x - 2 \leq 0$
alors $|x - 1| = x - 1$ et $|x - 2| = 2 - x$
d'où $E = x(x-1) + 3(2-x) = x^2 - 4x + 6$
b/ $x^2 - 4x + 6 = (x-2)^2 - 4 + 6 = (x-2)^2 + 2 \geq 2$
Ainsi pour tout $x \in [1,2]$, $x|x-1| + 3|x-2| \geq 2$.

Exercice 4

Soit G le centre de gravité du triangle ACE alors $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$
Or $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{GI}$
Donc $2\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$
D'autre part $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{GI} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{GE} = 2\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$.
Alors G est aussi le centre de gravité du triangle BDE.

Exercice 5

1) a/ $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix} a-3 \\ 2a-6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$
$\det(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}) = -6(a-3) + 3(2a-6) = -6a + 18 + 6a - 18 = 0$
$\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéres alors $H \in (AB)$.
b/ $\overrightarrow{OH}\begin{pmatrix} a \\ 2a-5 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ équivaut $-3a - 6(2a-5) = 0$ équivaut $-15a + 30 = 0$
Pour $a = 2$ les droites (OH) et (AB) sont perpendiculaires.
2) a/ H(2,-1) (Pour a=2)
$\overrightarrow{HA}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HO}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

On a $\overrightarrow{HO} \perp \overrightarrow{AB}$ et $H \in (AB)$ alors $\overrightarrow{HO} \perp \overrightarrow{HA}$
La base $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO})$ est orthogonale.
Or $HA = HO = \sqrt{5} \neq 1$ alors la base $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO})$ n'est pas orthonormée.
b/ Soit $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ le couple de composantes du vecteur $\overrightarrow{OB}$ dans la base $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO})$.

$\overrightarrow{OB} = x\overrightarrow{HA} + y\overrightarrow{HO}$ équivaut $\begin{cases} 0 = x - 2y \\ -5 = 2x + y \end{cases}$ équivaut $\begin{cases} 0 = x - 2y \\ -10 = 4x + 2y \end{cases}$
équivaut $\begin{cases} 5x = -10 \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$ équivaut $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

Donc $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ dans la base $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO})$.

Lycée pilote 15 octobre 1963 - Bizerte	Classe : $2^{ème}$ Sciences $_6$
Prof: Mme Bayoudh	Date : 23/10/2013
Devoir de contrôle n °1 en mathématiques	Durée : 1 heure

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1) $\sqrt{4-\pi} < 4-\pi < (4-\pi)^2$

2) L'équation $-3x^2+9x-7=0$ admet deux racines ayant pour somme 3.

3) L'ensemble de solutions de l'inéquation $\sqrt{x-2} < 3$ est $S_{IR} = [2,11[$.

Exercice 2 (4 points)

Soit m un paramètre réel .

On considère l'équation (E) : $x^2+(m^2-7)x+m=0$ (où x désigne l'inconnue).

1) a/ Déterminer les valeurs de m pour que 1 soit une racine de (E).

b/ Pour chacune des valeurs trouvées de m, résoudre dans IR l'équation (E).

2) Déterminer si c'est possible m pour que l'équation (E) admette deux racines inverses.

Exercice 3 (5 points)

1) On considère les deux réels $A=\sqrt{8-2\sqrt{15}}-\sqrt{8+2\sqrt{15}}$ et $B=\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

a/ Calculer A^2. En déduire une expression plus simple de A.

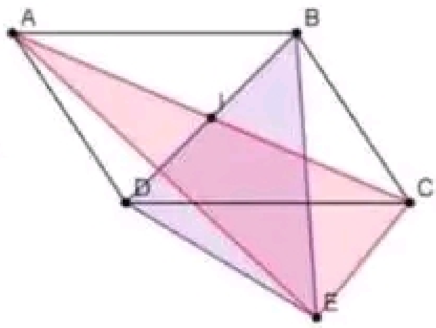
b/ Prouver que A+2B est un entier .

2) Soit x un réel de l'intervalle [1,2].

a/ Ecrire sans le symbole de la valeur absolue l'expression : $E = x|x-1|+3|x-2|$

b/ En déduire que $x|x-1|+3|x-2| \geq 2$ pour tout $x \in [1,2]$.

Exercice 4 (3points)



Dans la figure ci-contre ABCD est un parallèlogramme de centre I.

Montrer que les triangles ACE et BDE ont le même centre de gravité .

Eexercice 5 (5points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) On considère les points A(3,1) ; B(0,-5) et H(a , 2a-5).

a/ Montrer que pour tout réel a , le point H appartient à la droite (AB).

b/ Déterminer le réel a pour que la droite (OH) soit perpendiculaire à (AB).

2) On pose $H(2,-1)$.

a/ La base de vecteurs $(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{HO})$est-elle orthonormée ? Justifier.

b/ Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OB}$ dans cette basse.

Bon travail et bonne chance