

الإصلاح

التمرين ①

(1) تذكر: $(a-b)^2 - (a+b)^2 = -4ab$

$(1-\sqrt{2})^2 - (1+\sqrt{2})^2 = -4\sqrt{2} = \boxed{-\sqrt{32}}$

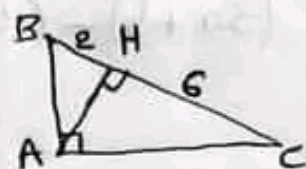
(2) $\boxed{b < a < c}$ // $a > b$ إذا $a-b = 1+\sqrt{2} > 0$
 $a > c$ إذا $a-c = 1-\sqrt{3} < 0$

(3) $(x+y)^2 = 0 = x^2 + y^2 + 2xy \leftarrow x^2 + y^2 = 50 \text{ و } x+y=0$
 $= 50 + 2xy$

إذا $\boxed{xy = -25}$

$AH^2 = BH \times CH = 12$

حسب العلاقة $AH = 2\sqrt{3}$ إذا



(4)

نطبق نظرية سايور في المثلث ABH نستنتج
 أن $\boxed{AB = 4}$

التمرين ②

(أ) لنا: $\sqrt{25} < \sqrt{27} < \sqrt{32}$ إذا $5 < 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$

(ب) لنا: $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$ إذا $-3\sqrt{3} > -4\sqrt{2}$ إذا $-3\sqrt{3} + 5 > -4\sqrt{2} + 5$

ومنه $\boxed{b > a}$ ولنا $5 < 3\sqrt{3}$

إذا $\begin{array}{r} -5 > -3\sqrt{3} \\ + & + \\ 5 & 5 \end{array}$

ومنه $\boxed{0 > b}$

$\boxed{a < b < 0}$

وبالتالي



يحتوي الموضوع على 3 صفحات

التمرين الأول: (4 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة، أعل في كل مرة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له:

(1) العدد $(1-\sqrt{2})^2 - (1+\sqrt{2})^2$ يساوي :

(أ) $\sqrt{32}$ (ب) 0 (ج) $-\sqrt{32}$

(2) إذا كان a و b و c أعداد حقيقية حيث $a-1=b+\sqrt{2}=c-\sqrt{3}$ فإن :

(أ) $b < c < a$ (ب) $b < a < c$ (ج) $a < c < b$

(3) إذا كان x و y عددين حقيقيين متقابلان و $x^2 + y^2 = 50$ فإن الجزء $x:y$ يساوي :

(أ) -25 (ب) 25 (ج) 50

(4) إذا كان ABC مثلث قائم في A و H السقط العمودي لـ A على $[BC]$ حيث $BH=2$ و $BC=8$

فإن البعد AB يساوي : (أ) 16 (ب) 4 (ج) 6

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين $a=5-4\sqrt{2}$ و $b=5-3\sqrt{3}$ (1) (أ) يبين أن : $5 < 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$ (ب) استنتج أن : $a < b < 0$ (ج) احسب إذن العدد : $c = |a| - \sqrt{b^2} - |a-b|$ (2) (أ) قارن العددين a^2 و b^2 (ب) استنتج مقارنة للعددين $3 - \frac{1}{b^2}$ و $\pi - \frac{1}{a^2}$ (3) (أ) يبين أن : $3a + b > 5a + 3b$ (ب) استنتج علامة العدد $5a - b$ ثم يبين أن : $20\sqrt{2} - 3\sqrt{3} > 20$

(3) (أ) بين أن $AD = 3\sqrt{6}$.

(ب) بين أن $BD = 9\sqrt{2}$.

(ج) استنتج أن المثلث ABD قائم في A .

(4) (أ) بين أن I هو المركز القائم للمثلث ABC .

(ب) لتكن K نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AB) و M نقطة تقاطع المستقيمين (BI) و (AC) .

بين أن النقاط C, B, K, M تنتمي إلى نفس الدائرة.

(5) لتكن E نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (DH) .

(أ) بين أن $EH = 2ED$.

(ب) استنتج البعد EH .

التمرين الخامس: (3 نقاط) (وحدة التيس هي الصم)

نعتبر مثلثا ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A بحيث $AB = 5$ و $BC = 6$ و I منتصف قاعدته $[BC]$.

المستقيم المار من B والموازي لـ (AC) يقطع المستقيم (AI) في النقطة D .

(1) (أ) بين أن: $\frac{ID}{IA} = \frac{IB}{IC} = \frac{BD}{AC}$.

(ب) استنتج أن: $ABDC$ معين.

(2) أحسب البعد AD .

(3) لتكن J منتصف الضلع $[BD]$ و G نقطة تقاطع (BI) و (AI) . أحسب البعد GI .

(4) المستقيم (DG) يقطع (AB) في نقطة K . جد البعد JK .

(ب) لدينا BKC مثلث قائم في K و H منتصف الوتر $[BC]$
 إذ أن $HK = HB = HC$

ولنا BMC مثلث قائم في M و H منتصف الوتر $[BC]$
 إذ أن $HM = HB = HC$

ومنه $HB = HC = HM = HK$ يعني أي النقاط C, B, M, K
 تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها H

(5) لدينا AEH مثلث حيث $D \in (EH)$, $C \in (AE)$
 و $(AH) \parallel (DC)$ إذ أن حسب مبرهنة طاليس

$$\frac{EH}{ED} = \frac{EA}{EC} = \frac{AH}{DC} = \frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 2$$

يعني أي $|EH| = 2|ED|$

(ب) لدينا: HDC قائم في C حيث $DC = 3\sqrt{2}$ و $HC = 6$
 بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد أي

$$DH^2 = DC^2 + HC^2 = 18 + 36 = 54$$

إذ أن $DH = 3\sqrt{6}$ و بما أن $EH = 2ED$ إذ أن

$$EH = \frac{2}{3}DH = 2\sqrt{6} \quad \text{و} \quad ED = \frac{1}{3}DH = \sqrt{6}$$

ملاحظة على اعتماد المثلث ADH متقايس القلبي

|| في D لا (DI) هو المتوسط العمودي $[AH]$
 || وبالتالي $DH = AD = 3\sqrt{6}$

5

(٢) في الرباعي AICD لنا I منتصف $[AC]$ و $[ID]$
 لأنه هو متوازي الأضلاع لأن قطراه يتقاطعان في المنتصف

(٣) لدينا AICD متوازي الأضلاع لأنه $AD=IC$
 بتطبيق نظرية سايكس في المثلث IHC نستنتج أنه
 $IC=3\sqrt{6}$ ومنه $AD=3\sqrt{6}$

(٤) لدينا $(AI) \parallel (DC)$ و $(AI) \perp (BC)$ لأنه $(DC) \perp (BC)$
 ومنه المثلث BCD قائم في C حيث $DC=AI=3\sqrt{2}$
 و $BC=12$

بتطبيق نظرية سايكس في المثلث BCD نستنتج أنه $BD=9\sqrt{2}$

(ج) في المثلث ABD لنا $AB=6\sqrt{3}$; $BD=9\sqrt{2}$; $AD=3\sqrt{6}$
 لأنه $AB^2=108$ و $BD^2=162$ و $AD^2=54$
 ومنه $AB^2+AD^2=BD^2$ حسب عكس نظرية سايكس
 ABD قائم في A

(٤) (أ) $(AD) \perp (AB)$ (لأن ABD قائم في A)
 و $(CI) \parallel (AD)$ (لأن AICD متوازي الأضلاع)
 لأنه $(CI) \perp (AB)$ يعني أن (CI) حامل لارتفاع العادر
 من C للمثلث ABC ولنا $\{I\} = (AH) \cap (CI)$ لأنه
 I هي المركز القاسم للمثلث ABC

4

$$c = |a| - \sqrt{b^2} - |a-b| \quad (ج)$$

$$= |a| - |b| - |a-b| = -a - (-b) - (b-a) \\ = -a + b - b + a = \boxed{0}$$

$$\boxed{a^2 > b^2} \quad (2) \text{ لنا } a < b < 0 \text{ كذا}$$

$$(ب) \text{ لنا } a^2 > b^2 \text{ كذا } \frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2} \text{ ومنه } -\frac{1}{a^2} > -\frac{1}{b^2} \\ + \pi > 3 \text{ وبما أن}$$

$$\boxed{\pi - \frac{1}{a^2} > 3 - \frac{1}{b^2}} \text{ نستنتج أن}$$

$$(3) \text{ لدينا } (3a+b) - (5a+3b) = -2a-2b \\ = -2(a+b) \text{ (a و b سالبان)} \\ = -2 \times (\text{سالب}) > 0$$

$$\text{وبالتالي } 3a+b > 5a+3b$$

$$(ب) \text{ لنا } 5a-b < 3a-3b \text{ كذا } 5a-b < 3(a-b)$$

$$\text{بما أن } a < b \text{ يعني } a-b < 0 \text{ وبالتالي } 5a-b < 0 \\ \underline{5a-b} \text{ عدد سالب}$$

$$5a-b = 5(5-4\sqrt{2}) - 5 + 3\sqrt{3} \text{ بما أن} \\ = 25 - 20\sqrt{2} - 5 + 3\sqrt{3} = 20 - 20\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\text{كذا } 20 - 20\sqrt{2} + 3\sqrt{3} < 0 \text{ ومنه } \boxed{20 < 20\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}$$

2

(3) لنا في المثلث ABD
 $[BI]$ هو المتوسط القادر على B
 $[AF]$ هو المتوسط القادر على A
 $[AF] \cap [BI] = \{G\}$ //
 لأن G مركز ثقل المثلث ABD
 وبالتالي،
 $|GI| = \frac{1}{3} BI = 1$

(4) G مركز ثقل المثلث ABD لأن (G) تقاطع (AB)
 هو منتصف [AB] ومنه K منتصف [AB]
 في المثلث ABD لدينا K منتصف [AB] و J منتصف [BD]
 لأن
 $|JK| = \frac{1}{2} AD = 4$

رَبِّي يوفق الجميع

Faouzi Zakraoui

7

التي بنت (3)

$$x = 17(2 - \sqrt{5}) - (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})^2$$

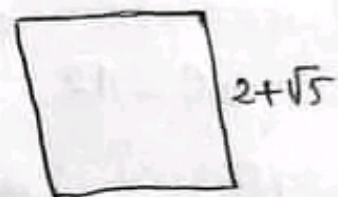
$$= (2 - \sqrt{5})[17 - (2 + \sqrt{5})^2] = (2 - \sqrt{5})[17 - 4 - 5 - 4\sqrt{5}]$$

$$x = (2 - \sqrt{5})(8 - 4\sqrt{5})$$

$$8 - 4\sqrt{5} = \sqrt{64} - \sqrt{80} < 0 \quad \text{لنا} \quad (ب)$$

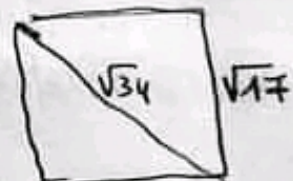
$$2 - \sqrt{5} = \sqrt{4} - \sqrt{5} < 0 \quad \text{و}$$

وبالتالي x عدد موجب



$$S = (2 + \sqrt{5})^2$$

$$S = 9 + 4\sqrt{5}$$



$$S' = \sqrt{17}^2 = 17$$

$$S' - S = 17 - 9 - 4\sqrt{5} = 8 - 4\sqrt{5} < 0$$

$$S' < S \quad \text{كاذب}$$

التي بنت (4)

(1) ABC متساوية الضلعين في A و $[AH]$ الارتفاع القادر على

كاذب H منتصف $[BC]$ ومنه $BH = 6$

بتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث ABH نستنتج أن $AB = 6\sqrt{3}$

(2) لدينا AHC مثلث حيث I منتصف $[AH]$ و

$(IH) \parallel (HC)$ لانها يعمدان نفس المستقيم (AH)

كاذب J منتصف $[AC]$ و

$$IJ = \frac{1}{2} HC = 3$$