تمرين عدد 2

1)

$$a = \frac{1}{2}(1-\sqrt{3})^2$$
$$= \frac{1}{2}(1^2 + \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3})$$
$$= (4 + 2\sqrt{3})\frac{1}{2}$$
$$a = 2 + \sqrt{3}$$

$$b = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) - \sqrt{2}\left(1 - \sqrt{\frac{9}{8}}\right)$$
$$= 5 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - 1 + \sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$
$$= 4 - \frac{3}{2} + \sqrt{2}$$
$$= \frac{8}{2} - \frac{3}{2} + \sqrt{2}$$
$$b = \frac{5}{2} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{5}{2} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{5}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2}} = 1 \times \frac{2}{5+2\sqrt{2}}$$
$$= \frac{2(5-2\sqrt{2})}{(5+2\sqrt{2})(5-2\sqrt{2})} = \frac{10-4\sqrt{2}}{25-8} = \frac{10-4\sqrt{2}}{17}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{10-4\sqrt{2}}{17}$$

$$a^2 = (2+\sqrt{3})^2 = 2^2 + \sqrt{3}^2 + 2\times 2\sqrt{3}$$
$$a^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$b^2 = \left(\frac{5}{2} + \sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \sqrt{2}^2 + 2\times\frac{5}{2}\times\sqrt{2}$$
$$= \frac{25}{4} + 2 + 5\sqrt{2}$$
$$b^2 = \frac{33}{4} + 5\sqrt{2}$$

$(4\sqrt{3})^2 = 48$
$(5\sqrt{2})^2 = 50$

لدينا $48 < 50$ يعني $(4\sqrt{3})^2 < (5\sqrt{2})^2$

$4\sqrt{3} \in \mathbb{Q}_+$

وبالتالي $5\sqrt{2} \in \mathbb{Q}_+$

$4\sqrt{3} < 5\sqrt{2}$

$BM^2 + BC^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$

$= 16 \times 2 + 16 \times 2$

$= 64$

$MC^2 = 8^2 = 64$

$BM^2 + BC^2 = MC^2$ ومنه حسب عكس نظرية فيثاغورس

فإن المثلث BMC قائم في B.

$BM = BC$ لأن BMC متساوي الساقين قاعدته

15 في المثلث BHD لدينا:

$N \in [BD]$

$H \in (DH)$

$(BH) \parallel (HN)$

حسب نظرية طاليس

$\frac{DN}{DB} = \frac{DH}{DH} = \frac{NN}{BH} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\frac{NN}{DH} = \frac{1}{3}$

$NN = \frac{BH}{3} = \frac{4}{3}$

$NN = \frac{4}{3}$

بـ . ب . ح إذن

$BH^2 + CH^2 = BC^2$

$BC^2 = 4^2 + 4^2$

$= 32$

$BC = 4\sqrt{2}$

ج) أ) لساق للمثلث القائم DHI.

$DH = 6$

$HI = \frac{BH}{2} = 2$.

إذن ح ن ب

$DI^2 = DH^2 + HI^2$

$= 6^2 + 2^2$

$DI^2 = 40$

$DI = 2\sqrt{10}$

ب) I منتصف [BH]

O منتصف [DB]

إذن G نقطة تقاطع أ موسطات للمثلث BHD

وبالتالي G هي مركز ثقل للمثلث BHD

ج) G مركز ثقل للمثلث BHD

$a^2 = 7 + 4\sqrt{3}$

$b^2 = \frac{33}{4} + 5\sqrt{2}$

لدينا $7 < \frac{33}{4}$

و $4\sqrt{3} < 5\sqrt{2}$

وبالتالي فإن $7 - 4\sqrt{3} < \frac{33}{4} - 5\sqrt{2}$

$a^2 < b^2$

بما أن

$a \in \mathbb{R}_+$

و $b \in \mathbb{R}_+$ يعني

$a < b$

$ac = (2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 2^2 - \sqrt{3}^2$

$= 4 - 3 = 1$

بالتالي a و c مقلوبان

لدينا $a < b$. بما أن

$c = \frac{1}{a}$.

يعني $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

يعني $c > \frac{10-4\sqrt{2}}{17}$

يعني $17c > 10 - 4\sqrt{2}$

التمرين (2)

1)

$A = x^2 - 8x + 7$

$x = 3$

نجد $A = 3^2 - 8 \times 3 + 7$

$= 9 - 24 + 7$.

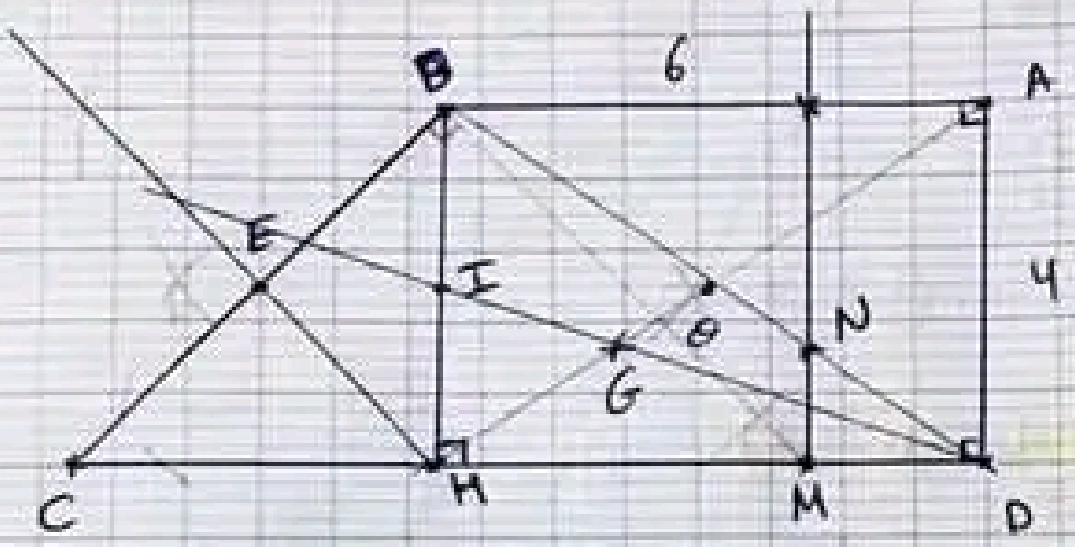
$A = -8$

$x = 1 + \sqrt{2}$

نجد $A = (1+\sqrt{2})^2 - 8(1+\sqrt{2}) + 7$.

التمرين (1)

(أ) (1



لدينا في الرباعي ABHD.

$\widehat{BAD} = \widehat{ADH} = \widehat{DHB} = 90°$

$AD = 4$

$AB = 6$

بما أن ABHD مستطيل.

بـ . ب . ح إذن

$BH^2 + CH^2 = BC^2$

$BC^2 = 4^2 + 4^2$

$= 32$

$BC = 4\sqrt{2}$

ج) أ) لساق للمثلث القائم DHI.

$DH = 6$

$HI = \frac{BH}{2} = 2$.

إذن ح ن ب

$DI^2 = DH^2 + HI^2$

$= 6^2 + 2^2$

$DI^2 = 40$

$DI = 2\sqrt{10}$

ب) I منتصف [BH]

O منتصف [DB]

إذن G نقطة تقاطع أ موسطات للمثلث BHD

وبالتالي G هي مركز ثقل للمثلث BHD

ج) G مركز ثقل للمثلث BHD

	فرض تأليفي عدد 2	
التاريخ : 2020-03-03		الأقسام : 9 أساسي 4 و5

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة و الهاتف الجوال

تمرين عـــدد 1: (4 نقاط)

ضع العلامة (X) في الخانة المناسبة:

- اذا كان ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث قيس مساحته $3\sqrt{3}$ فإن قيس طول ضلعه يساوي

$2\sqrt{3}$	3	2
☐	☐	☐

- اذا كان a و b عددان حقيقيان حيث $(1-\pi)a<(1-\pi)b$ اذن

$a<b$	$a>b$	$a=b$
☒	☒	☐

- اذا كان a و b عددان حقيقيان مقلوبان حيث $a^2+b^2=10$ فإن $a+b$ يساوي

$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{6}$
☐	☒	☐

- $|5-3\sqrt{2}|$ يساوي

$5+3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}-5$	$5-3\sqrt{2}$
☐	☐	☒

تمرين عـــدد 2: (5,5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين $a=\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ و $b=(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)+\sqrt{2}\left(1-\sqrt{\frac{9}{8}}\right)$.

1) بـــين أن $a=2+\sqrt{3}$ و $b=\frac{5}{2}+\sqrt{2}$

2) بين أن $\frac{1}{b}=\frac{10-4\sqrt{2}}{17}$.

3) بـــين أن $a^2=7+4\sqrt{3}$ و $b^2=\frac{33}{4}+5\sqrt{2}$

4) أ) قـــارن $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$.

ب) إستنتج مقـــارنة لـــ : a^2 و b^2

ج) بين أن $a<b$.

5) نعتبر العدد $c=2-\sqrt{3}$

أ) بيّـــن أن a مقلوب c

تمرين عـــدد 3: (4 نقاط)

1) نعتبر العبارة $A = x^2 - 8x + 7$ حيث x عدد حقيقي .

أ- احسب القيمة العددية لـ A في كل من الحالتين:

$x = 3$ ➢

$x = 1 + \sqrt{2}$ ➢

ب - بين أن $A = (x-4)^2 - 9$.

ج – بين أن $A = (x-7)(x-1)$.

2) نعتبر العبارة $B = x^2 - 2x + 1$ حيث x عدد حقيقي .

فكك العبارة B .

3) أ - بين أن $A + B = 2(x-1)(x-4)$.

ب - اوجد x اذا علمت أن $A + B = 0$.

تمرين عـــدد 4: (6,5 نقاط) الوحدة السنتمتر **ملاحظة : انجز الرسم على ورقة الإمتحان**

ليكن $ABCD$ شبه منحرف قائم في A و D حيث $AB = 6$ و $AD = 4$ و $CD = 10$.

1) ليكن H المسقط العمودي لـ B على (CD) .

أ - بين أن $ABHD$ مستطيل ثم عين النقطة O مركزه .

ب – احسب BC .

2) لتكن I منتصف $[BH]$.المستقيمان (DI) و (AH) يتقاطعان في G.

أ – احسب DI .

ب – بين أن G مركز ثقل المثلث BDH .

ج – احسب DG .

3) لتكن E المسقط العمودي لـ H على (BC) .

احسب HE

4) لتكن M نقطة من $[CD]$ حيث $DM = 2$.

بين أن MBC مثلث قائم و منقايس الضلعين في B .

5) المستقيم المار من M و الموازي لـ (AD) يقطع (BD) في N .

احسب MN

ج) لدينا في المثلث القائم BHC

E هي المسقط العمودي لـ H على (BC)

لدينا حسب العلاقات القياسية في المثلث القائم

لدينا:

$$HE \times BC = HB \times HC$$

$$HE = \frac{HB \times HC}{BC} = \frac{4 \times 4}{4\sqrt{2}}$$

$$HE = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$HE = 2\sqrt{2}$$

د) لدينا في المثلث القائم BHM في H.

$$BH = 4$$
$$HM = 4$$

لدينا حسب نظرية

$$HM^2 + HB^2 = BM^2$$

$$BM^2 = 4^2 + 4^2$$

$$BM = 4\sqrt{2}$$

$(x-4)^2 - 9 = x^2 - 8x + 16 - 9$ (c

$= x^2 - 8x + 7$

$A = (x-4)^2 - 9$ (c.1

(c

$A = (x-4)^2 - 9$ (c.2

$= (x-4)^2 - 3^2$

$= (x-4-3)(x-4+3)$

$A = (x-7)(x-1)$

$B = x^2 - 2x + 1$ (c.2

$= x^2 - 2 \times 1 \times x + 1^2$

$B = (x-1)^2$

$A + B = (x-7)(x-1) + (x-1)^2$ (3

$= (x-1)[(x-7+x-1)]$

$= (x-1)(2x-8)$

$A + B = 2(x-1)(x-4)$ $2 \neq 0$

$A + B = 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) = 0$. (4