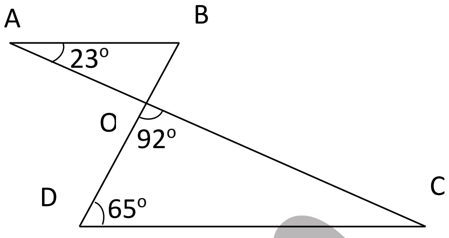
Exercice 1

On considère la figure ci-contre

a- donner la mesure de l'angle $O\hat{C}D$

b- en déduire que les droites (AB) et (CD) sont parallèle



Correction

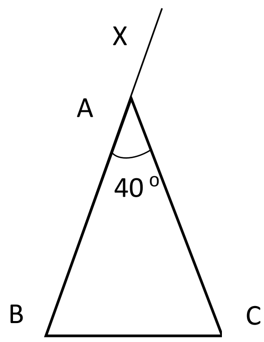
a/ $O\hat{C}D$ =180° –(92° +65°)= 23°

b/ $\widehat{ACD} = B\widehat{A}C$ = 23°

Les droites (AB) , (DC) et la droite sécante (AC) forment deux angles alternes internes ($\widehat{ACD}$ et $B\hat{A}C$) qui sont égaux donc (AB) parallèle a (DC)

Exercice 2

On considère la figure ci-contre avec ABC isocèle de sommet principal A



1-calculer $A\hat{B}C$

2-Soit (Ay) la bissectrice de $C\hat{A}X$; montrer que (Ay)//(BC)

3 Soient M un point de [BC] distinct de B et de C,

D la médiatrice de [BM], D coupe (AB) en N

a-Quelle est la nature du triangle BMN. En déduire $B\hat{M}N$

b-Montrer que (MN)//(AC)

Correction

1/ $A\hat{B}C$=(180° –40)/2= 60°

2/ $C\hat{A}X$=180° –40= 140°

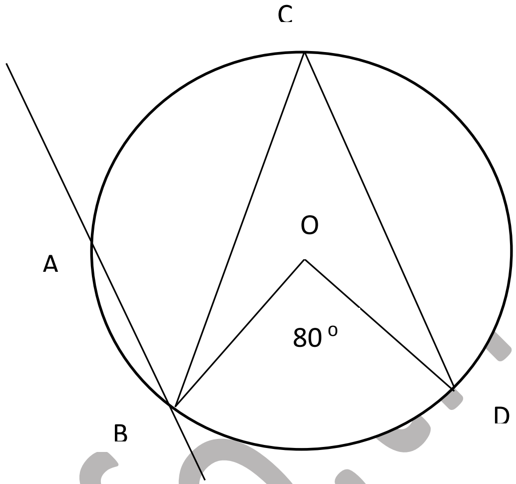
D'ou $C\hat{A}Y = C\hat{A}X$ /2=70°

Les droites (Ay) , (BC) et la droite sécante (AC) forment deux angles alternes internes ($B\hat{C}A$ et $C\hat{A}y$) qui sont égaux donc (Ay) parallèle à (BC)

3/ a/ N appartient à la médiatrice de [BM] donc NB=NM donc BMN est un triangle isocèle en N $B\hat{M}N$= 70°

b/ Les droites (MN) , (AC) et la droite sécante (MC) forment deux angles correspondants ($N\hat{M}B$ et $A\hat{C}M$) qui sont égaux donc (AC) parallèle à (MN)

Exercice 3



Dans la figure ci-dessous BC=CD et (AB) //(DC)

1) Calculer $B\hat{C}D$ .Justifier
2) Calculer $A\hat{B}C$ .Justifier
3) Calculer $O\hat{B}D$ .Justifier
4) Calculer $O\hat{D}C$ .Justifier
5) Calculer $O\hat{B}C$ .Justifier

Correction

1/ $B\hat{C}D$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc avec l'angle au centre $B\hat{O}D$ donc

$$B\hat{C}D = \frac{O\hat{B}D}{2} = 40^0$$

2/ (AB) et (DC) sont parallèles alors les angles alternes internes $A\hat{B}C$ et $B\hat{C}D$ sont égaux

$A\hat{B}C = B\hat{C}D = 40^0$

3/ comme OB=OD donc le triangle OBD est isocèle en O

$O\hat{B}D = (180^0 - 80^0)/2 = 50^0$

4/Le triangle CBD est isocèle en C donc $B\hat{D}C = (180^0 - 40^0)/2 = 70^0$

$B\hat{D}O + O\hat{D}C = B\hat{D}C$ donc $O\hat{D}C = B\hat{D}C - B\hat{D}O = 70^0 - 50^0 = 20^0$

5/ $A\hat{D}O + O\hat{B}C = D\hat{B}C$ donc $O\hat{B}C = D\hat{B}C - D\hat{B}O = 70^0 - 50^0 = 20^0$

Exercice 4

Soit ξ un cercle de centre O et de rayon R=3 cm

[AC] est un diamètre de ξ et B ∈ ξ tel que AB=R

1-a-Montrer que le triangle OAB est équilatéral et que le triangle ABC est rectangle

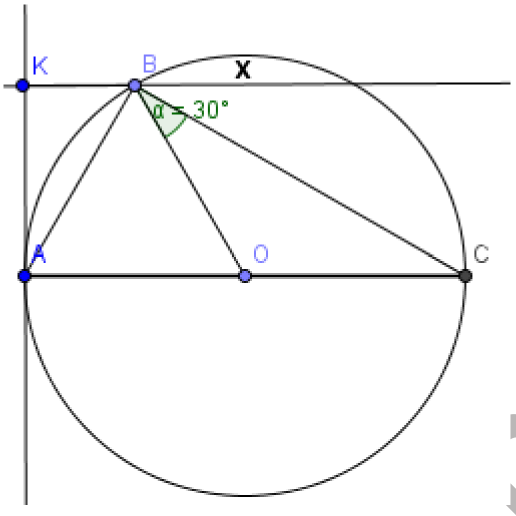
b-Calculer $B\widehat{O}C$ et $A\widehat{C}B$

2) Soit [Bx) la demie droite tel que [BC) est la bissectrice de l'angle $O\widehat{B}x$

a- Montrer que les droites (Bx) et (AC) sont parallèles

b- La tangente (T) à ξ passant par A coupe (Bx) en k. Déterminer l'angle $K\widehat{A}B$

Correction



1/a

- OA=OB=AB=3 donc le triangle OAB est un triangle équilatéral
- [AC] est un diamètre de ξ et B ∈ ξ donc le triangle ABC est rectangle en B

b/

- $B\widehat{A}C$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc $\widehat{BC}$ avec l'angle au centre $C\widehat{O}B$ donc

$C\widehat{O}B = 2 * B\widehat{A}C$=120°

- Dans le triangle ABC on a : $A\widehat{C}B = A\widehat{B}C - B\widehat{A}C$ =90°-60°=30°

2/a

- On a $C\widehat{B}X = O\widehat{B}C$ =30°
  Donc $C\widehat{B}X = A\widehat{C}B$ =30°

$C\widehat{B}X$ et $A\widehat{C}B$ sont deux angles alternes internes égaux formées par deux droite (Bx) et (AC) et par une sécante (BC) donc (AC) et (Bx) sont parallèles.

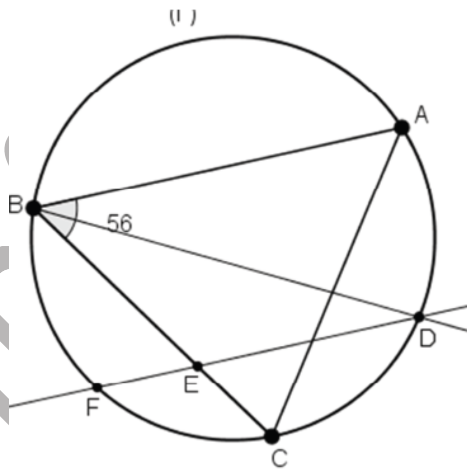
b/ $K\widehat{A}B + B\widehat{A}C = 90°$ donc $K\widehat{A}B = 90° - B\widehat{A}C = 90° - 60° = 30°$

Exercice 5

Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle ξ tel que $A\widehat{B}C = 56°$.

La bissectrice de l'angle ABC coupe le cercle ξ en un point D.

La parallèle à la droite (AB) passant par D coupe la droite (BC) en E et coupe le cercle ξ en F.



1)a) Donner une mesure de l'angle $B\widehat{D}E$.

b) En déduire que le triangle BDE est isocèle.

c) Donner alors une mesure de l'angle $B\widehat{E}D$.

2)a) Montrer que $B\widehat{C}F = 28°$.

b) En déduire que les droites (BD) et (CF) sont parallèles.

Correction

1/a

- $A\widehat{B}D = 28°$

$A\widehat{B}D$ et $B\widehat{D}C$ deux angles alternes internes détermines par deux parallèles (AD), (BE) et la sécante (AB) ce qui donne $A\widehat{B}D = B\widehat{D}C = 28°$

b/ $D\widehat{B}C = B\widehat{D}C = 28°$ donc EBC est un triangle isocèle en E

c/ $B\widehat{D}E = 180° - (2 * 28°) = 124°$

2/a $B\widehat{C}F$ et $F\widehat{D}B$ sont deux angles inscrits dans le cercle ξ qui intercepte le même arc $\widehat{BF}$ donc

$B\widehat{C}F = F\widehat{D}B$

b/ Les droites (BD) , (CF) et la droite sécante (BC) forment deux angles alternes internes ($C\widehat{B}D$ et $B\widehat{C}F$) qui sont égaux donc (BD) parallèle à (CF)

Exercice 6

Soit ABC un triangle inscrit dans un cercle C de centre O tel que

[AC] est un diamètre et $C\hat{A}B$=30°

1-Montrer que le triangle ABC est rectangle en B

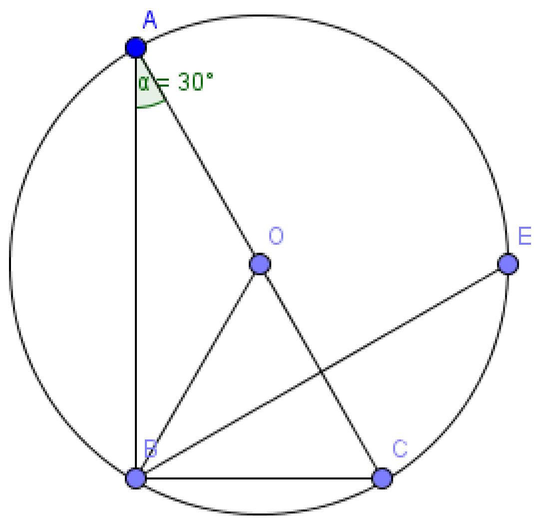
2-Calculer $A\hat{C}B$

3-Calculer $C\hat{O}B$

4-En déduire que OCB est un triangle équilatéral

La bissectrice de l'angle $O\hat{B}C$ recoupe le cercle C en E

5-Calculer $B\hat{E}C$; En déduire que les droites (BO) et (EC) sont parallèles.



Correction

1/Le cercle C passe par A,C et B

[AC] est un diamètre de C et comme B appartient à C alors ACB est un triangle rectangle en B

2- / $A\hat{C}B = 90° - 30°$ =60°

3/

$B\hat{A}C$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc avec l'angle au centre $C\hat{O}B$ donc

$C\hat{O}B = 2 * B\hat{A}C$=60°

4/

OB=OC et comme $C\hat{O}B = 60°$ donc OCB est un triangle équilatéral

5/ B$\hat{A}$C et $B\hat{E}C$ sont deux angles inscrits dans le cercle ξ qui intercepte le même arc $\widehat{BC}$ donc

B$\hat{A}$C = $B\hat{E}C$ =30°

On a $E\hat{B}$O=30°

Les droites (BO), (EC) et la droite sécante (BE) forment deux angles alternes internes ($B\hat{E}C$ et $\hat{B}$O) qui sont égaux donc (BO) parallèle à (EC)

Exercice 7

1-ξ un cercle de centre I et de diamètre [BC] et A un point de ξ, la bissectrice de $A\hat{B}$C coupe ξ en E. Comparer $A\hat{C}$B et $A\hat{I}$B

2- La droite (AI) coupe ξ en J. Sachant que $A\hat{C}$B =40°,

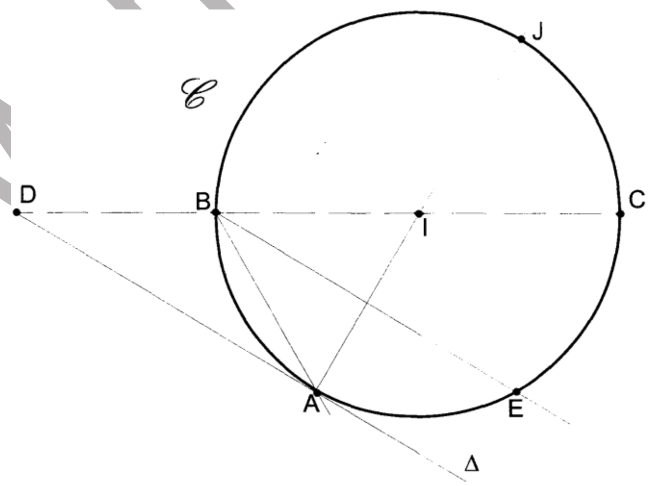
calculer $A\hat{B}$E ; $A\hat{J}$B ;$B\hat{A}$J ;$B\hat{I}$J

3-Soit Δ la droite passant par A et parallèle à (BE) Δ coupe (BC) en D,

a-montrer que $A\hat{D}$C = $E\hat{B}$C

b- En déduire que le triangle ABD est isocèle

Correction



1. L'angle $A\hat{C}B$ est inscrit dans le cercle ξ *qui* intercepte l'arc $\widehat{AB}$ et l'angle

A$\hat{I}$B est un angle au centre qui intercepte le même arc $\widehat{AB}$ donc $A\hat{C}B = \frac{1}{2}$ A$\hat{I}$B

2. a) $A\hat{D}C$ et $E\hat{B}C$ sont deux angles correspondants déterminés par deux parallèles (BE), (AD) et la sécante (DC) donc ils sont égaux.

b) $A\hat{B}E = E\hat{B}C$ car [BE) est la bissectrice de l'angle $A\hat{B}C$,

$E\hat{B}C = A\widehat{D}B$ d'après la question précédente. Donc $A\hat{B}E = A\widehat{D}B$

De même on a: $D\hat{A}B = A\hat{B}E$ (deux angles alternes internes déterminés par deux parallèles (AD), (BE) et la sécante (AB)) ce qui donne $A\widehat{D}B = B\hat{A}D$ donc le triangle ABD est isocèle en B.

3. a) on calcule $A\hat{B}C$. Le triangle ABC est rectangle en A car [BC] est un diamètre de ξ donc $A\hat{B}C = 90^0 - A\hat{C}B = 50^0$

$$A\hat{B}E = \frac{1}{2}A\hat{B}C = 25^0$$

b) $A\hat{J}B = A\hat{C}B = 40^0$ (deux angles inscrits qui interceptent le même arc $\widehat{AB}$).

c) BAJ est un triangle rectangle en B (car [AJ] est un diamètre de ξ) donc

$B\hat{A} = 90^0 - A\hat{J}B = 90^o - A\hat{C}B = 50^0$

d) $B\hat{I}J = 180^0 - A\hat{I}B$ or $A\hat{I}B = 2 \times A\hat{C}B = 80^0$ donc $B\hat{I}J = 180^0 - 80^0 = 100^0$

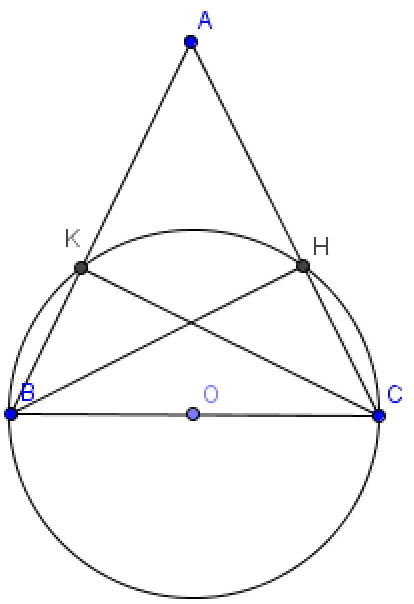
Exercice 8

Soit ABC un triangle isocèle en A. On désigne par H le projeté orthogonal de B sur (AC) et par ξ le cercle de diamètre [BC].Le cercle C recoupe [AB] en K. On pose O le milieu de [BC].

1-Montrer que (CK) est la hauteur issue de C dans le triangle ABC

2-Comparer les angles $A\hat{B}H$ et $B\widehat{C}K$, puis montrer que $C\hat{B}H = B\widehat{C}K$.

Correction



1/ ξ est un cercle de diamètre [BC] et K un point de ce cercle donc le triangle BCK est rectangle en K

d'où (CK) est perpendiculaire à (AB) donc (CK) est la hauteur issue de ξ dans le triangle ABC.

2/ $A\hat{B}H$ et $A\hat{C}K$ sont deux angles inscrits dans le cercle ξ qui intercepte le même arc $\widehat{HK}$ donc

$A\hat{B}H = A\hat{C}K.$

Les deux triangles CBK et BCH sont respectivement rectangles en K et H donc

$K\hat{B}C + K\hat{C}B = H\hat{C}B + C\hat{B}H$ d'où $K\hat{B}H + H\hat{B}C + K\hat{C}B = H\hat{C}K + K\hat{C}B + H\hat{B}C$

d'où $H\hat{B}C = K\hat{C}B$